UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

“IMPLEMENTACIÓN DE CLASES INTERACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES SUMA Y RESTA DE NÚMEROS FRACCIONARIOS EN EL GRADO SEXTO DE LA I.E.R. ROSALÍA HOYOS”

JUAN DAVID VARGAS GÓMEZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA - SEDE MEDELLÍN
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Medellín, Colombia
2013

“IMPLEMENTACIÓN DE CLASES INTERACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES SUMA Y RESTA DE NÚMEROS FRACCIONARIOS EN EL GRADO SEXTO DE LA I.E.R. ROSALÍA HOYOS”

JUAN DAVID VARGAS GÓMEZ

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

MAGÍSTER EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Director:

CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA - SEDE MEDELLÍN
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Medellín, Colombia
2013

A mi familia, por su
comprensión y apoyo
en todo momento

AGRADECIMIENTOS

Al Profesor Carlos Julio Echavarría Hincapié, por su dedicación y asesoría en este trabajo de grado.

Al Presbítero Carlos Guillermo Ospina Restrepo, Rector de la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos, por su apoyo e interés en la experiencia de aula propuesta.

A Natalia Andrea Montoya Castaño, Asesora del Proyecto Alianza – Oriente, por su gran colaboración en la elaboración de los materiales didácticos.

Contenido

Lista de Fotos

Lista de Gráficos

Lista de Anexos

RESUMEN

Los estudiantes de la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos del Municipio de Marinilla han manifestado poca motivación y desinterés cuando se aborda el estudio de los números fraccionarios en el área de matemáticas, pues les causa dificultad y consideran un gran problema entender los conceptos que envuelve este importante conjunto numérico. Para enfrentar esta situación y cambiar la percepción negativa que tienen los estudiantes, es primordial innovar los métodos de enseñanza, alejándose de las clases magistrales tradicionales.
Es así como surgió esta propuesta de trabajo final "Implementación de Clases Interactivas para la Enseñanza de las Operaciones Suma y Resta de Números Fraccionarios en el Grado Sexto de la I.E.R. Rosalía Hoyos" como un espacio pedagógico para lograr el objetivo de aprendizaje significativo, fácil y agradable de este tema en los estudiantes al iniciar sus estudios secundarios.

En esta experiencia de aula se propusieron diversas actividades bajo la metodología de aula taller, enfocadas en la identificación de fracciones equivalentes, la comprensión del concepto de fracción como medida y relación parte-todo, y de sus operaciones básicas, principalmente la suma y la resta. Para hacer realidad la implementación de clases interactivas, se realizaron los talleres con material didáctico manipulativo como el tangram, las regletas de Cuisenaire, las tortas de fraccionarios, y con juegos educativos como carreras de fracciones, concéntrese y dominando los racionales. También se desarrolló un taller en un ambiente educativo virtual utilizando la herramienta moodle donde se aprovecharon recursos de texto, animaciones, imágenes y videos.
Los resultados fueron significativos. Los estudiantes mostraron una actitud positiva frente al tema de los números fraccionarios, mejoraron su concentración, su capacidad de análisis y participaron activamente de las actividades desarrolladas. Sin embargo, se presentaron dificultades para resolver las operaciones cuando ya no se disponía de material manipulativo. Se concluye que los materiales didácticos, los juegos y las herramientas tecnológicas se constituyen en elementos mediadores de aprendizaje, y junto al trabajo colaborativo, conforman una estrategia activa y motivadora de enseñanza.

Palabras Clave: Números Fraccionarios, Clases Interactivas, Aula Taller, Aprendizaje Colaborativo.

ABSTRACT

Students of Rosalía Hoyos High School in Marinilla have shown little motivation and lack of interest about the study of fractional numbers in the area of mathematics, since they cause difficulty and the students consider a big problem to understand the concepts about this important set of numbers. To confront this situation and change the negative perception students have, it is essential to innovate teaching methods, moving away from traditional classrooms.
For this reason, it was proposed the final work "Implementation of Interactive Lessons for Teaching Addition and Subtraction Operations with Fractional Numbers in Sixth Grade of Rosalía Hoyos High School" as a pedagogical space to get meaningful, easy and enjoyable learning of this topic in students at the beginning of high school.

In this classroom experience various activities were proposed under the methodology of classroom workshop, they were focused on identifying equivalent fractions, understanding the concept of fractions as a measure and part-whole relationship, and basic operations, mainly the addition and subtraction. To realize the implementation of interactive classes, the workshops were conducted with manipulative materials like Tangram, Cuisenaire rods, fractional cakes, and educational games like racing fractions, concentrate and dominating the rationals. Also it was developed a workshop in a virtual learning environment using the tool moodle with resources like text, animations, images and videos.
The results were significant. The students showed a positive attitude to fractional numbers, improved their concentration, their ability to analyze and actively participated in the activities. However, there were difficulties to solve operations when manipulative material was not available. It is concluded that the didactic materials, games and technological tools are key factors for learning mediators, and collaborative work together, make an active and motivating strategy for teaching.

Keywords: Fractional Numbers, Interactive Classes, Classroom Workshop, Collaborative Learning.

INTRODUCCIÓN

Con el paso de los años y las generaciones es común encontrarse con cambios en la forma de comunicarse, de sentir, de ver e interpretar la vida, de interactuar, de hacer ciencia y producir conocimiento. En este contexto se espera que los hombres y mujeres sean capaces de desempeñarse en los distintos aspectos de la vida personal y profesional, acorde a estos cambios.

Los educadores tenemos siempre que enfrentar dichos cambios y debemos utilizarlos para crear vínculos con nuestros estudiantes, reconociendo sus intereses y la aplicabilidad de nuestras enseñanzas en ellos, inmiscuyéndonos en sus pasiones y apasionándolos por su aprendizaje.

En la actualidad, frecuentemente se habla con mayor fuerza de la tendencia a pasar de un aprendizaje mayormente centrado en el docente (concepto tradicional del proceso de enseñanza-aprendizaje), hacia uno centrado en el estudiante, lo cual implica un cambio en los roles de estudiantes y docentes. Esto implica que el docente deja de ser únicamente un transmisor de conocimientos para convertirse en un orientador y facilitador de saberes y en un participante activo del proceso de aprendizaje junto con el estudiante.

Pero este nuevo rol no disminuye la importancia del docente, aunque si requiere de él de nuevos conocimientos y habilidades. Quiere decir que tanto en la concepción tradicional del proceso de enseñanza-aprendizaje, como en su nueva concepción, el papel del docente es de vital importancia y por tanto se necesita de buenos docentes, competentes y capaces de dejar una positiva huella en el estudiante.

El tangram, las regletas de Cuisenaire y las tortas de fraccionarios son materiales didácticos muy atractivos para los estudiantes, ya que estimulan su curiosidad y hacen más entretenidos y motivantes diversos contenidos matemáticos. Además, resultan muy eficaces para comprender el concepto de fracción, para identificar fracciones equivalentes y para realizar operaciones de suma y resta con números fraccionarios. Por su parte, los juegos educativos y las Tecnologías de la Información y la Comunicación constituyen un excelente recurso didáctico que es conveniente llevar a las aulas para aprovechar las posibilidades que ofrecen para las distintas áreas y niveles educativos. Como docentes de matemáticas tenemos que afrontar el reto de incorporar todos estos recursos didácticos en su más amplio sentido a las aulas para actualizar los contenidos y las tareas diarias, para aprovechar el interés y motivación de los estudiantes hacia estas herramientas y sobre todo, para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este trabajo se exploran estas alternativas de enseñanza aplicadas a los conceptos de suma y resta de números fraccionarios y se presentan los resultados cualitativos de la aplicación en el Grado Sexto de la I.E.R. Rosalía Hoyos del Municipio de Marinilla, evaluando sus avances, logros y dificultades.

CAPÍTULO 1: DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El miedo, el desinterés y el poco gusto a las matemáticas es común a la mayoría de los estudiantes. A menudo, esta asignatura es percibida como una de las más difíciles, si no la más difícil, y el entusiasmo que despierta es más bien escaso. Las causas del rechazo a esta asignatura se reparten entre la metodología de enseñanza, el currículo y un clima social adverso tanto de los padres de familia como de la sociedad en general. Lo anterior desencadena la constante falta de motivación y la actitud pesimista y derrotista de los alumnos hacia las matemáticas.

Algunos estudiantes del Grado Sexto de la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos han manifestado que las matemáticas es el área más difícil de todas las contempladas en el plan de estudios, lo cual ha generado un amplio desinterés y bloqueo hacia esta ciencia y a todo lo que pueda relacionarse con ella.

Precisamente, una de las dificultades para el aprendizaje de los números fraccionarios en este grupo es la falta de motivación, expresada fundamentalmente en actitudes negativas con las que el estudiante enfrenta su estudio. Estas actitudes se deben principalmente al método tradicional de enseñanza con clases magistrales, a la idea que han tenido algunos de ellos que el conjunto numérico de los números fraccionarios es muy complicado, al temor a equivocarse y al desconocimiento de las aplicaciones de las matemáticas en otras ciencias y en la vida diaria.

Es habitual que después de haber dado las indicaciones y explicaciones suficientes para el desarrollo de las actividades propuestas, los estudiantes pregunten continuamente qué deben hacer, cómo lo deben hacer y si lo que están haciendo está bien. Se hacen evidentes no sólo problemas de concentración, sino una enorme inseguridad y desconfianza de los alumnos a la hora de enfrentarse por sí mismos a los ejercicios. Además, la participación es escasa y muy pocos estudiantes se atreven a socializar los resultados obtenidos con el resto de sus compañeros.

Otra característica común en muchos de los estudiantes es la dificultad para comprender e interpretar textos. Esta situación se detecta principalmente cuando se les pide que resuelvan situaciones-problema en las cuales requieren aplicar operaciones matemáticas básicas, ya que les cuesta entender, imaginar y visualizar la solución de este tipo de ejercicios.

Es importante destacar que entre los inconvenientes para la enseñanza de las fracciones se encuentran el privilegio al fraccionamiento de la unidad, la reiterada utilización de magnitudes continuas y el dominio de algoritmos operatorios, es decir, el desarrollo de habilidades de tipo procedimental. Se deriva un descuido de los procesos a favor de la comprensión conceptual, como por ejemplo los diferentes significados de las fracciones, la exploración de diferentes representaciones y magnitudes (continuas y discretas), y el proceso mismo de medir.

Los problemas descritos con anterioridad asociados a la propia dificultad del razonamiento matemático, que requiere reflexión, lectura y relectura paciente y sosegada, han generado resultados poco alentadores en el rendimiento académico y en la adquisición de las competencias básicas en los estudiantes del Grado Sexto. Como consecuencia se tiene un nivel de desempeño bajo en matemáticas equivalente al 50% del grupo durante el primer semestre de este año.

1.1. Formulación del Problema (Pregunta)

¿Qué estrategias metodológicas permiten mejorar la enseñanza de las operaciones suma y resta de números fraccionarios y lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos?

1.2. Objetivos

1.2.1. General

Implementar clases interactivas para la enseñanza de las operaciones suma y resta de números fraccionarios en el Grado Sexto de la I.E.R. Rosalía Hoyos, basadas en la metodología de aula-taller con apoyo de material didáctico manipulativo, juegos y la herramienta moodle, con el objeto de lograr aprendizaje significativo de este tema.

1.2.2. Específicos

- Aplicar algunas guías de trabajo para la comprensión del concepto de fracción como medida, de la equivalencia de fracciones y sus operaciones básicas empleando materiales concretos como el tangram, las regletas de Cuisenaire y las tortas de fraccionarios.

- Afianzar algunos conceptos de la suma y resta de números fraccionarios mediante juegos didácticos como la carrera de fracciones, el concéntrese y el dominó.

- Organizar de forma sistemática los conceptos teóricos y ejemplos que envuelven el tema de suma y resta de números fracionarios para ser presentados en forma digital a través de videos, animaciones, imágenes, diapositivas y documentos en el ambiente educativo virtual moodle.

- Analizar cualitativamente la experiencia de aula realizada en el Grado Sexto de la I.E.R. Rosalía Hoyos para hacer una evaluación integral de la metodología aplicada.

1.3. Justificación

La educación de hoy inmersa en una sociedad dinámica y cambiante exige profesores competentes que faciliten el aprendizaje activo, enriquecedor y significativo a sus estudiantes. Es nuestro deber como docentes de matemáticas implementar en el proceso de enseñanza diferentes estrategias enfocadas en la consecución este objetivo.

En el libro “Lecciones de Didáctica General”, Carlos Álvarez y Elvia González (1998) revalidan las afirmaciones anteriores indicando que la enseñanza se desarrolla para que el alumno aprenda, encontrándose subordinada al aprendizaje y debiendo su existencia en búsqueda de este objetivo. Además, señalan que el profesor debe hacer lo que sea necesario para alcanzar el aprendizaje. Para lograrlo se necesitan docentes buenos y competentes, con un adecuado dominio de su saber específico y una sólida formación pedagógica y didáctica.

Desde esta perspectiva es válido ratificar que el proceso fundamental y prioritario dentro del proceso docente educativo es el aprendizaje y el sujeto principal es el estudiante. Por ello es imprescindible hacer una revisión continua de los métodos, los medios y las estrategias de enseñanza que como docentes llevamos a nuestras aulas de clase. Precisamente el principal reto que tenemos como docentes es mejorar nuestros procesos de enseñanza y la manera cómo conseguirlo se convierte en una necesidad de primer orden.

Al respecto, los lineamientos curriculares en matemáticas, emitidos por el Ministerio de Educación Nacional (1998), afirman: “las formas de enseñar condicionan las formas de evaluar. Cuando se privilegia la construcción activa del conocimiento y la negociación de significados –y si además el docente tiene una actitud investigativa–, las interacciones en la clase se convierten en una fuente de referentes para la evaluación cualitativa y para introducir en el boceto los cambios que reduzcan las dificultades y mejoren el aprendizaje significativo en los estudiantes”.

Esta es precisamente la razón de esta propuesta, implementar una metodología y unos procesos de enseñanza diferentes a las clases magistrales, con el fin de despertar en los estudiantes el interés por aprender los conceptos relacionados con los números fraccionarios motivados en estrategias más activas, dinámicas y colaborativas bajo un ambiente de aula taller, donde el aprendizaje y el conocimiento no se da por simple memorización, sino a partir del descubrimiento, la comprensión y la discusión en equipo.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1. Un Acercamiento a la Historia de los Números Fraccionarios

La palabra fracción viene del latín "Fractio", utilizada por primera vez en el siglo XII, cuando Juan de Luna tradujo a ese idioma la Aritmética árabe de Al-Juarizmi. Él empleó la palabra "Fractio" para traducir la palabra árabe "al-Kasr", que significa quebrar, romper.

El origen de las fracciones se remonta a la Antigüedad. Es posible encontrar muestras de su uso en diversas culturas en ese período histórico. En el invierno de 1858, un joven escocés llamado Henry Rhind, que residía en Egipto a causa de su salud, obtuvo en Luxor un papiro bastante ancho, que decía haber hallado en las ruinas de un pequeño edificio antiguo de Tebas. Rhind murió de tuberculosis 5 años después, y su papiro fue adquirido por el British Museum. El documento no estaba intacto; evidentemente, en un principio había sido un rollo de unos 5,5m de largo por 33cm de alto, pero estaba roto en dos pedazos y le faltaban algunos fragmentos. Por una de esas raras casualidades que ocurren a veces en arqueología, varios fragmentos de la parte que faltaba aparecieron, medio siglo más tarde, en los archivos de la Historic Society, de Nueva York.

El rollo es un manual práctico de matemáticas egipcias, escrito hacia el 1700 antes de Cristo y que aún sigue siendo la principal fuente de conocimientos acerca de cómo contaban, calculaban y medían los egipcios. El papiro de Rhind es una especie de “Manual de Calculista”, contiene unos 85 problemas pero no se encuentra ningún método de solución, no se ve un procedimiento deductivo sino únicamente tablas o recetas para resolverlos. Muestra el uso de fracciones, la resolución de ecuaciones simples y de progresiones, la medición de áreas y de volúmenes. Aparece, además, la costumbre egipcia de expresar toda fracción en una suma de fracciones de numerador 1. Así, se encuentra descompuesta $\frac{2}{47}$ como: $\frac{2}{47}=\frac{1}{30}+\frac{1}{141}+\frac{1}{470}$.

No había un método general para hacer descomposiciones como esas, sino que se procedía por tanteo. De ahí, se considera que fueron los egipcios quienes usaron por primera vez las fracciones, pero sólo aquellas de la forma $\frac{1}{n}$ o las que pueden obtenerse como combinación de ellas. Los egipcios conseguían hacer cálculos fraccionarios de todo tipo utilizando las fracciones cuyo numerador es 1 y cuyo denominador es 2, 3, 4, …, y las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$. Por ejemplo, si querían representar $\frac{5}{8}$ escribían: $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$, considerando que $\frac{1}{2}$ equivale a $\frac{4}{8}$.

Por su parte los babilonios utilizaron las fracciones teniendo como único denominador el número 60 y desarrollaron un eficaz sistema de notación fraccionaria, que permitió establecer aproximaciones decimales verdaderamente sorprendentes. Esta evolución y simplificación del método fraccionario permitió el desarrollo de nuevas operaciones que ayudaron a la comunidad matemática de siglos posteriores a hacer buenos cálculos. Para los babilónicos era relativamente fácil conseguir aproximaciones muy precisas en sus cálculos utilizando su sistema de notación fraccionaria, la mejor de que dispuso civilización alguna hasta la época del Renacimiento.

En la China antigua se destaca el hecho que para efectuar la división de fracciones se reducían primero a un común denominador. Los chinos conocían bien las operaciones con fracciones ordinarias, hasta el punto que en este contexto hallaban el mínimo común denominador de varias fracciones. Algunas veces se adoptaron ciertas artimañas de carácter decimal para aligerar un poco la manipulación de las fracciones.

En la Italia meridional (350 a.C.), los pitagóricos desarrollaron las matemáticas convencidos que sus principios eran los de todos los seres. Era una secta político-filosófica o movimiento espiritualista cuyo resultado influía en una conducta moral y estilo de vida. Les pareció que los números no eran símbolos, sino elementos integrantes de la verdad. Pitágoras no sólo construyó una matemática, sino también una metafísica y, aún más allá, un ideal de orden, de nacionalidad y de armonía universal.

Pitágoras descubrió que existía una estrecha relación entre la armonía musical y la armonía de los números. Según la leyenda, el descubrimiento ocurrió de la siguiente forma: pasando por casualidad ante el taller de un herrero, Pitágoras observó que el número de sus golpes de martillo producía un conjunto agradable, asimismo, notó que la consonancia armónica no dependía de la diferente fuerza de los herreros ni de la forma de los martillos, sino del peso de estos últimos.

Contar y medir fueron dos de las primeras actividades humanas para dominar el mundo. El número tenía por lo tanto un poder. Fascinado además por la presencia de los números en la armonía musical y en el movimiento de los astros, Pitágoras creyó que los números naturales y sus fracciones (los números racionales) eran la clave para entender el universo. Su lema era: “Todo es número”. Su discípulo Filolao decía: “Todas las cosas que pueden ser conocidas tienen número; pues no es posible que sin número algo pueda ser conocido ni concebido”.

En efecto, al hacer vibrar una cuerda tensa se produce una nota, esta nota depende fundamentalmente de la longitud de la cuerda. Dos notas consecutivas pueden producir un efecto agradable o desagradable a quien escucha. La tradición le atribuye a Pitágoras el descubrimiento de que la armonía musical, no depende ni de la naturaleza de las cuerdas, ni de su longitud, ni de su calidad, sino de la relación o proporción entre las longitudes de las cuerdas. Si pulsamos una cuerda tirante obtenemos una nota. Cuando la longitud de la cuerda se reduce a la mitad, es decir, en relación 1:2 obtenemos una octava. Si la longitud es 3:4 obtenemos la cuarta y si es 2:3 tenemos la quinta.

Pero el sueño pitagórico de expresarlo todo con números racionales tropezó con la evidencia de que existen ciertas medidas que no se pueden expresar como fracción de enteros. Por ejemplo, la diagonal del cuadrado de lado 1, que mide $\sqrt{2}$ deducida precisamente a partir del Teorema de Pitágoras. Son los números que llamamos irracionales.

En la historia, es posible distinguir dos motivos principales por los que surgieron las fracciones: la existencia de divisiones inexactas y para poder medir. Las divisiones inexactas son aquellas en que el cociente no es factor del dividendo, y tiene resto. Por ejemplo: $\frac{5}{3}$ representa $5 \div 3$. Como no hay ningún número cardinal que multiplicado por 3 dé como producto 5, lo más exacto es escribir $\frac{5}{3}$.

El segundo motivo por el cual se crearon las fracciones resultó de la aplicación de unidades de medida de longitud. Para realizar las mediciones de trazos, se tomaba otro trazo como unidad de medida, y se veía las veces que contenía en el otro. Como no siempre cabía de manera exacta, se dividía el trazo que servía de unidad en partes iguales y más pequeñas, para que el resultado fuera exacto. Este resultado de la medición se expresaba en fracción.

2.2. Enseñanza de las Fracciones

De acuerdo con los lineamientos curriculares de matemáticas, emitidos por el Ministerio de Educación Nacional (1998), el pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar con los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras con base en el desarrollo del pensamiento matemático. La comprensión del significado de los números, de sus diferentes interpretaciones y representaciones, el reconocimiento del tamaño absoluto y relativo de los números, la apreciación del efecto de las distintas operaciones, el desarrollo de puntos de referencia para considerar números, son situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico.

En el módulo 1, titulado “Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos”, de la Serie Didáctica de las Matemáticas: Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Antioquia (2006), se enuncia: “En el currículo actual se pueden identificar segmentos dedicados al estudio de los diferentes sistemas numéricos, los cuales se encuentran separados en el tiempo de acuerdo a niveles formales de complejidad lógica creciente. Pero a pesar de este trabajo diferenciado, la conceptualización que se alcanza es muy pobre, lo cual pone en evidencia que realmente los alumnos no logran trascender de un pensamiento matemático más allá de los números naturales" (p. 55).

Y continúa explicando que algunos problemas en la enseñanza actual de los números fraccionarios se debe a que en el contexto escolar su estudio inicia a través de estrategias metodológicas y conceptuales centradas en la partición y el conteo, y en la mecanización de reglas y algoritmos; en consecuencia, en el proceso de conceptualización de las fracciones, la medición no es el eje central, ni hay un tratamiento cuidadoso del tipo de magnitud y del tipo de unidad. En efecto, enfatizar la enseñanza actual en actividades de partir y contar, y no en la relación cuantitativa entre las cantidades de magnitud de la parte y el todo, hace que los alumnos centren el proceso de conceptualización en el número natural y no en la fracción como tal (se piensa la fracción como dos números naturales separados por una rayita).

Muchos de los significados y usos de las fracciones pueden no estar relacionadas en las mentes de los niños. Al respecto, Hartung (1958), citado en Linda Dickson (2003) comenta: "El concepto de fracción es complejo y no es posible aprehenderlo enseguida. Es preciso adquirirlo a través de un prolongado proceso de desarrollo secuencial" (p. 296).

A su vez Kieren (1976), referenciado también en Linda Dickson (2003) afirma: "A causa de que cada interpretación de los números racionales (o sea, de los quebrados o fracciones, y de los números decimales) está relacionada con estructuras cognitivas determinadas, si durante el proceso de instrucción se deja de lado esta imagen de conglomerado o se dejan de identificar estructuras concretas necesarias, se puede provocar falta de comprensión en el niño" (p. 296).

Llinares (2003) considera que la dificultad en la enseñanza y aprendizaje de los números racionales, radica básicamente en que: "Están relacionados con diferentes tipos de situaciones (situaciones de medida, con el significado de parte de un todo, o como parte de un conjunto de objetos, de reparto utilizadas como cociente, como índice comparativo usadas como razón, y como un operador). Y, además, pueden representarse de varias maneras ($\frac{3}{4}$, fracciones; $\frac{75}{100}$, fracciones decimales; 0,75, expresiones decimales; 75%, porcentajes)" (p. 188).

Por ello, el trabajo formal en sistemas numéricos diferentes a los números naturales debe ser desarrollado a partir de situaciones que permitan la construcción de los múltiples sentidos y significados de cada uno de ellos. Así, el estudio de los números fraccionarios debe permitir la construcción de los sentidos y significados relativos a la medida, razones, proporciones, porcentajes y cocientes indicados.

La relación parte - todo es la base para comprender los diferentes significados de una fracción y la medida es el eje básico, porque establece la relación cuantitativa entre dos magnitudes (la parte y el todo). Las fracciones tienen en los procesos de medición un elemento importante para su conceptualización. Al respecto, el módulo 1 “Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos” de la Serie Didáctica de las Matemáticas (2006) afirma: “La medición (el acto de medir) es importante en el proceso de conceptualizar los números racionales, pues de ella se derivan las fracciones, cuando lo que se mide no es un múltiplo entero de veces la unidad patrón de medida usada” (p. 63).

Y en lo referente a la comprensión de las operaciones, expresa: “Tradicionalmente al aprendizaje de las cuatro operaciones básicas se le destina una buena parte de los cinco primeros años de la educación básica. Además, este aprendizaje prácticamente está reducido al aprendizaje de los algoritmos convencionales y a la aplicación de estos algoritmos a la solución de problemas típicos, clasificados según la operación que se esté estudiando en el momento. El trabajo así realizado no permite a los alumnos desarrollar habilidades y destrezas en el cálculo mental, en la comprensión y la solución de problemas, en la comprensión misma del sentido y significado de las operaciones” (p. 97).

En el libro “Reinventando la Aritmética III”, Constance Kamii (1995) postula que este énfasis en la enseñanza de los algoritmos, perjudica, antes que beneficiar, el desarrollo del pensamiento matemático de los niños. Esto en tanto que la utilización de los algoritmos convencionales desde los primeros años de la educación básica inhibe a los niños para que inventen sus propias formas de realizar los cálculos relativos a las operaciones que deba realizar, y por tanto, genera una excesiva confianza en los resultados que obtiene a través de ellos, y así al conseguir resultados erróneos no tiene ninguna herramienta adicional que la aprobación de su profesor para estimar la viabilidad de su resultado. Esto claramente atenta contra la autonomía intelectual de los alumnos.

Con base en lo anterior y en los lineamientos curriculares de matemáticas (1998) se recomienda iniciar el trabajo en la escuela por el estudio de las operaciones (no de los algoritmos), apoyado sobre formas de cálculo no convencionales (tales como las inventadas por los propios alumnos, o a través de ábacos, calculadoras, etc.) y desde estas estrategias particulares, fundamentar el aprendizaje de los algoritmos convencionales, sobre la base de una buena comprensión de los números, las operaciones y el sistema de numeración decimal. Así, los algoritmos estarán en la escuela no como la única manera de calcular, sino como una forma entre otras, eficiente en unos casos e innecesarios en otros.

La teoría de los campos conceptuales del profesor Gerard Vergnaud permite ver de manera coherente y organizada la compleja estructura conceptual que se teje detrás de las estructuras aditivas (situaciones relacionadas con la adición o la resta) y de las estructuras multiplicativas (situaciones relacionadas con la multiplicación o la división). Su propuesta se constituye en una herramienta potente para el diseño de situaciones problema que permitan una firme conceptualización, no solo de las cuatro operaciones básicas, sino de conceptos matemáticos ligados a lo aditivo y lo multiplicativo como son, entre otros, la proporción, la proporcionalidad, la función lineal y las fracciones.

Desde la perspectiva de los campos conceptuales se hace un acercamiento conceptual a las operaciones aditivas y multiplicativas a través de situaciones problema y de distintos modelos para cada una de las operaciones. Vergnaud (1988) considera que un concepto es una “tripla de conjuntos C = (S, I, R) donde S es el conjunto de situaciones que dan significado al concepto, I es el conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) y que pueden ser reconocidas y utilizadas por los sujetos para analizar y adueñarse de esas situaciones, y R es el conjunto de representaciones simbólicas que pueden ser usadas para enfrentar y representarse esas invariantes, y por tanto, representar las situaciones y procedimientos para manipularlas”.

Para Vergnaud, la enseñanza de los conceptos no puede hacerse de una manera aislada, ni a partir de una sola situación problema, sino enmarcados dentro de un campo conceptual. El módulo 1 “Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos” de la Serie Didáctica de las Matemáticas (2006) complementa que para el aprendizaje de un determinado concepto es necesario el tratamiento de una gran variedad de situaciones, pero además, se tiene que cada situación puede poner en juego una variedad de conceptos, y para el tratamiento de estas situaciones se pueden tener distintos sistemas de representación. Esto hace que el aprendizaje de un determinado concepto sea un proceso complejo que dura un largo período de tiempo, y para el cual se requiere una variedad de situaciones que pongan en juego las características de dicho concepto.

2.3. Nuevas Estrategias

La metodología de aula taller se fundamenta en un aprendizaje activo, en una nueva forma de aprender que difiere de la “tradicional”, donde es el estudiante el que se apropia de los conocimientos, y el docente juega las veces de un coordinador u observador, un rol mucho más gratificante que el de la escuela tradicional. El educador es un líder que de igual forma vivencia una situación de aprendizaje, y junto con el estudiante ambos están abiertos a escuchar, a recibir, a incorporar.

El eje de las actividades son los objetivos y no los contenidos, y el trabajo individual y grupal se complementan. Un valor interesante del aula-taller es la posibilidad de cometer errores y tener dudas. Esta estrategia de enseñanza también permite vivencias emocionales y de acción, porque el trabajo en grupos posibilita el intercambio de opiniones, el conocimiento entre los pares, la posibilidad de desarrollar otras inteligencias (como las que postula Gardner, la inteligencia emocional, por citar alguna). La enseñanza tradicional disocia la teoría de la práctica, a diferencia del aula taller que busca integrarlas a través de los afectos, la reflexión y la acción. En el libro “Aula Taller”, Susana Pasel (1999) expresa que la enseñanza tradicional es la que produce un adormecimiento de las posibilidades intelectuales del alumno ejercitando la repetición de lo aprendido, negando la posibilidad de análisis, crítica, creatividad.

La Corporación Grupo Ábaco (2003) a su vez afirma que la metodología de aula taller consiste en la realización de actividades en ambiente de taller, donde el conocimiento se adquiere por descubrimiento y asimilación propios, despertando curiosidad en torno al tema o problema planteado, es decir, aprender-haciendo. Esta metodología permite el trabajo interdisciplinario y en grupo. Cabe resaltar que la construcción del conocimiento es colectiva y participativa, y se desarrolla mediante la experimentación del estudiante con los materiales didácticos propuestos en cada actividad, el aprovechamiento de los objetos presentes en su entorno y la inmersión en situaciones prácticas que favorecen el desarrollo de competencias y habilidades matemáticas.

El Grupo Ábaco (2003) plantea como objetivo principal de esta metodología la integración del hacer, el sentir y el pensar, en el proceso de enseñar y aprender, y cuenta entre sus características más significativas:

- El “Aprender Haciendo”, clave del aprendizaje.
- La utilización de material didáctico para la exploración de situaciones concretas, que conlleve al desarrollo de competencias matemáticas y científicas.
- La construcción del conocimiento en una dinámica colectiva y participativa.
- La generación de ambientes propicios para la asimilación de conceptos básicos en matemáticas y ciencias, para su discusión y aprendizaje.
- La expresión libre de las ideas, privilegiando las actividades de aprendizaje significativo.
- El uso y diseño de guías de trabajo que se caracterizan por la relación de diferentes pensamientos matemáticos.

En el libro “Estrategias para la Enseñanza de las Matemáticas en Secundaria”, Salvador Vidal Raméntol (2005) señala que el uso de material didáctico tangible es una de las técnicas de motivación en el aula, pero debe ser complementado con otras estrategias como la correlación con la realidad (necesaria entre lo que se enseña y la realidad circundante), la victoria inicial (al hacerles preguntas fáciles a los alumnos), el fracaso inicial (planteando preguntas que sólo son en apariencia fáciles y que provoca respuestas erróneas en especial al realizarlas los alumnos más capaces y despiertan en los menos capacitados, intrigas que favorecen el desarrollo de la clase), tener en cuenta la problemática de las edades, el uso de acontecimientos actuales de la vida social, participación del alumno, autosuperación, voluntad de aprobación, elogios y censuras (usados inteligente y oportunamente), preocupación por las necesidades del alumno que supone conocimiento de la utilidad mediata e inmediata de la materia, compañerismo, conocimiento preciso de los objetivos para conseguir y trabajos graduados.

Otra de las formas de romper la enseñanza tradicional expositiva y trabajar con los medios tecnológicos y didácticos que hoy en día nos entrega la sociedad es a través de juegos. Cabe señalar que la enseñanza con juegos es un instrumento que se puede utilizar transversalmente desde el nivel preescolar hasta los últimos años de enseñanza media y superior y que depende del enfoque que el profesor pueda entregar a los contenidos. Se debe considerar que los juegos no solo atrae a niños y adolescentes, sino también a adultos, es por esta razón que desarrollar juegos matemáticos puede ser una alternativa para motivar a los estudiantes a interesarse por esta área y disminuir así los índices de fracaso.

Miguel de Guzmán (2007) aduce algunos aspectos importantes que presentan la matemática y el juego, afirmando que la actividad matemática ha tenido desde siempre una componente lúdica que ha sido la que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido. Un breve análisis de lo que representa la actividad matemática basta para permitirnos comprobar que muchos de estos rasgos están bien presentes en ella. La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, si bien este juego implica otros aspectos, como el científico, instrumental, filosófico, que juntos hacen de la actividad matemática uno de los verdaderos ejes de nuestra cultura.

En el prólogo del libro “Carnaval Matemático”, Martin Gardner (1987) ha expresado con gran certeza el valor de los juegos para despertar el interés, mencionando que con seguridad el mejor camino para motivar a un estudiante consiste en ofrecerle un intrigante juego, puzzle, truco de magia, chiste, paradoja, pareado de naturaleza matemática o cualquiera de entre una veintena de cosas que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas.

Además, en la construcción del conocimiento, los medios tecnológicos se han venido convirtiendo en herramientas esenciales para enseñar, aprender y en definitiva, para hacer matemáticas. Estos instrumentos permiten concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas. Las herramientas tecnológicas e informáticas son hoy dispositivos comúnmente usados en la vida cotidiana, por tanto el trabajo de esta materia en el aula debe reflejar tal realidad.

En su artículo “Enseñanza de las Ciencias y la Matemática”, Miguel de Guzmán (2007) expresa: “La aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora y el ordenador actuales está comenzando a influir fuertemente en los intentos por orientar nuestra educación matemática primaria y secundaria adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo de tales instrumentos. Es claro que, por diversas circunstancias tales como coste, inercia, novedad, impreparación de profesores, hostilidad de algunos,... aún no se ha logrado encontrar moldes plenamente satisfactorios. Este es uno de los retos importantes del momento presente. Ya desde ahora se puede presentir que nuestra forma de enseñanza y sus mismos contenidos tienen que experimentar drásticas reformas” (p. 7).

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

La metodología utilizada en la implementación de las clases interactivas para la enseñanza de las operaciones suma y resta de números los números fraccionarios fue la de aula taller, en la cual los estudiantes emplearon material manipulativo concreto como el tangram, las regletas de Cuisenaire y las tortas de fraccionarios, participaron en juegos didácticos como carreras, concéntrese y dominó e interactuaron a través de la plataforma moodle con recursos de video, texto, imágenes y animaciones.

La experiencia fue desarrollada en la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos ubicada en la vereda La Primavera, situada al norte de la cabecera del municipio de Marinilla, en el departamento de Antioquia, aproximadamente a 5 kilómetros de distancia. Cuenta con 230 estudiantes desde preescolar hasta el grado once, éstos pertenecen a estratos socioeconómicos 1 y 2. De la comunidad educativa forman parte 120 familias. La mayoría de la población estudiantil son habitantes de la vereda, pero también hay un buen número de niños y jóvenes que viven en la zona urbana, quienes se transportan en el bus escolar subsidiados por la institución y el municipio de Marinilla.

El Grado Sexto de la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos está conformado por 30 estudiantes, 16 niños y 14 niñas, con edades que oscilan entre los 10 y 14 años. En términos generales, los estudiantes presentan características comportamentales y capacidades intelectuales normales; no se tienen casos de niños con necesidades educativas especiales ni con problemas de limitaciones físicas, aunque en algunas áreas como matemáticas, humanidades, ciencias naturales y ciencias sociales, se presenta un marcado desinterés general para cumplir con todos los trabajos y actividades asignadas.

Los talleres y juegos planteados con el objetivo de mejorar la manera de enseñar los números fraccionarios en el Grado Sexto de la I.E.R. Rosalía Hoyos del municipio de Marinilla y, además, lograr un aprendizaje significativo en sus estudiantes, fueron:

- Taller 1: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando El Tangram.
- Taller 2: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Las Regletas De Cuisenaire.
- Taller 3: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Tortas Fraccionarias.
- Taller 4: Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Carrera De Fracciones.
- Taller 5: Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Dominó.
- Taller 6: Aprendiendo Números Fraccionarios En La Plataforma Moodle.

Cada taller se realizó en un encuentro pedagógico semanal de la asignatura de matemáticas durante aproximadamente 2 horas, entre los meses de Julio y Agosto de 2013. Las clases interactivas se desarrollaron con el material didáctico mencionado, generalmente en equipos de 2 o 4 estudiantes, según las condiciones formuladas en las guías de trabajo.

En cada taller se estructuró una descripción de las actividades propuestas, se recolectaron algunas evidencias y se hizo una valoración tanto en los desempeños alcanzados por los estudiantes para la conceptualización de los números fraccionarios como en los inconvenientes presentados. Los trabajos de los estudiantes se recogieron para hacer un análisis cualitativo de la experiencia de aula, evaluando sus avances, logros y dificultades.

Cabe resaltar que durante todo este proceso se realizaron intervenciones directas del docente para orientar el desarrollo de las diferentes actividades, se fomentó la discusión y el trabajo en equipo, y se socializaron los talleres ejecutados. El trabajo colaborativo fue la estrategia didáctica implementada, ya que está centrado en el estudiante, promueve su autonomía y valora las diferencias individuales como recursos para enriquecer los procesos formativos.

CAPÍTULO 4: DESARROLLO DE LOS TALLERES PROPUESTOS

4.1. Taller 1: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando El Tangram

El material utilizado en esta primera guía de trabajo fue el tangram. El tangram es un rompecabezas que consta de 7 piezas. La configuración geométrica de sus piezas (2 triángulos grandes, 1 triángulo mediano, 2 triángulos pequeños, 1 cuadrado y 1 paralelogramo), así como su versatilidad por las más de mil composiciones posibles con sólo siete figuras, hacen de él un juego matemático que requiere de ingenio, imaginación y, sobre todo, paciencia. No se conoce con certeza su origen, pero hay quienes suponen que se inventó en China a principios del siglo XIX, pues las primeras noticias escritas sobre el tangram datan de esa época y lugar. En 1818 se publicaron libros de tangram en algunos países de Europa y en Estados Unidos, lo que lo hizo un juego popular y de mucho auge.

Los objetivos principales de este primer taller fueron:

- Reconocer la fracción como parte-todo haciendo énfasis en las relaciones de magnitud.
- Comprender los conceptos de equivalencia, amplificación y simplificación de fracciones.
- Explorar las operaciones suma, resta, multiplicación y división de fracciones.

Para su desarrollo, los estudiantes formaron parejas y cada una recibió las siete piezas en madera del tangram para formar el cuadrado original. La primera actividad consistió en fraccionar el tangram tomando como unidad de medida el cuadrado original, es decir, el valor de su área como $1u^2$. A partir de éste debían determinar el área de cada una de sus piezas.

Se orientó a los estudiantes con preguntas como ésta: La cantidad de superficie del triángulo más grande, ¿Cuánto es de la cantidad total de superficie de todo el tangram? Para responderla examinaban cuántas veces cabía dicho triángulo en el cuadrado del tangram y concluían que puede estar cuatro veces, por lo tanto su área equivale a un cuarto, o lo que es lo mismo $\frac{1}{4}u^2$.

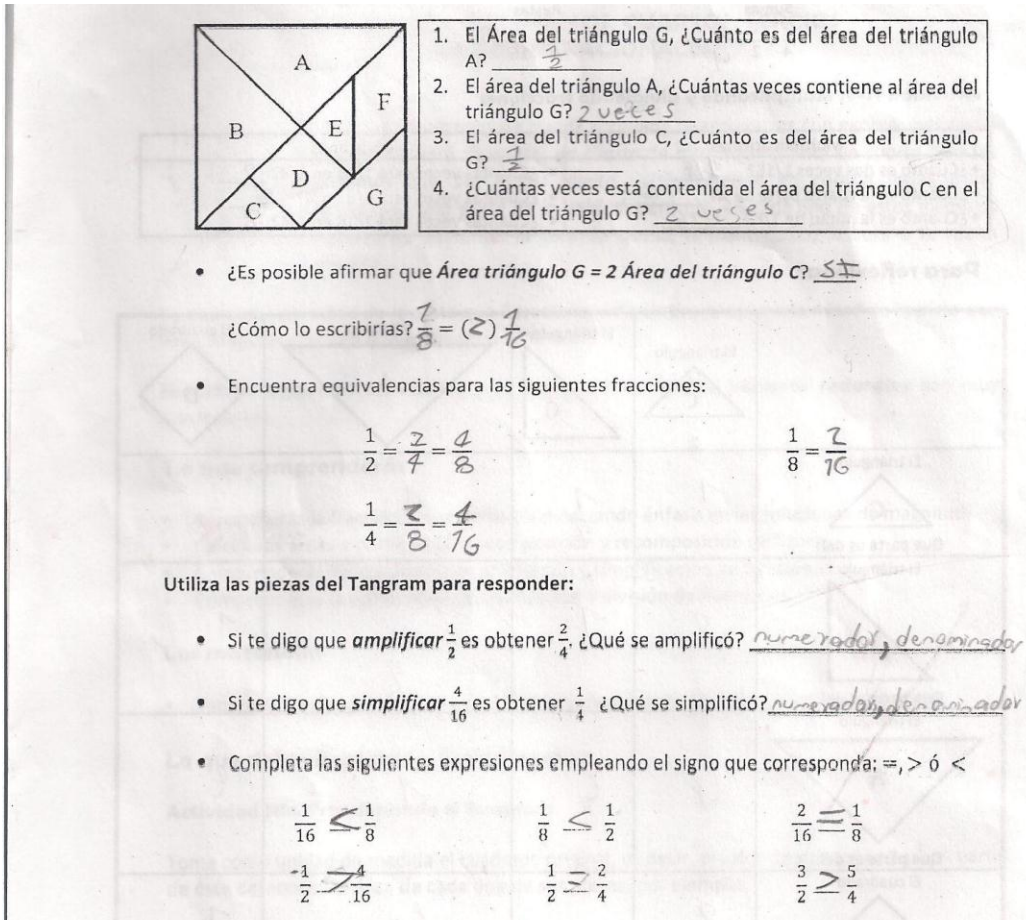
Foto 4.1: Juegos de Tangram utilizados por los estudiantes en el desarrollo del Taller 1

Basados en un razonamiento similar, hallaron el área de las otras figuras del tangram. Además, se indagó sobre el número de veces que cabe el triángulo más pequeño en cada pieza y se solicitó escribir su área en términos de dicho triángulo. Lo anterior con el objeto de dilucidar las primeras equivalencias entre fracciones a partir de la comparación de áreas.

Completa la tabla que se presenta a continuación:

FIGURA	N° de veces que cabe en el cuadrado del Tangram	ÁREA (u^2)	N° de veces que cabe el triángulo más pequeño en cada pieza (Escribir el área en dicha unidad)
C	16	$\frac{1}{16}$	1 vez ($\frac{1}{16}$)
G	8	$\frac{1}{8}$	2 veces (2/16)
A	4	La cuarta parte (1/4)	4 veces ($\frac{4}{16}$)
D	8	$\frac{1}{8}$	2veces ($\frac{2}{16}$)
F	8	$\frac{1}{8}$	2veces ($\frac{2}{16}$)

La segunda actividad hizo énfasis en el concepto de equivalencia de fracciones mediante preguntas orientadoras basadas en la equivalencia de áreas entre algunas figuras del tangram. Además, confrontando el tamaño de las piezas de este mismo material, se amplió dicho concepto a las relaciones de orden entre diversas fracciones.



A B C D E F G

1. El Área del triángulo G, ¿Cuánto es del área del triángulo A? $\frac{1}{2}$
2. El área del triángulo A, ¿Cuántas veces contiene al área del triángulo G? 2 veces
3. El área del triángulo C, ¿Cuánto es del área del triángulo G? $\frac{1}{2}$
4. ¿Cuántas veces está contenida el área del triángulo C en el área del triángulo G? 2 veces

- ¿Es posible afirmar que ***Área triángulo G = 2 Área del triángulo C***? SI

¿Cómo lo escribirías? $\frac{1}{8} = (2)\frac{1}{16}$

- Encuentra equivalencias para las siguientes fracciones:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ $\qquad$ $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$

$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$

Utiliza las piezas del Tangram para responder:

- Si te digo que ***amplificar*** $\frac{1}{2}$ es obtener $\frac{2}{4}$. ¿Qué se amplificó? numerador, denominador
- Si te digo que ***simplificar*** $\frac{4}{16}$ es obtener $\frac{1}{4}$ ¿Qué se simplificó? numerador, denominador
- Completa las siguientes expresiones empleando el signo que corresponda: $=, >$ ó $<$

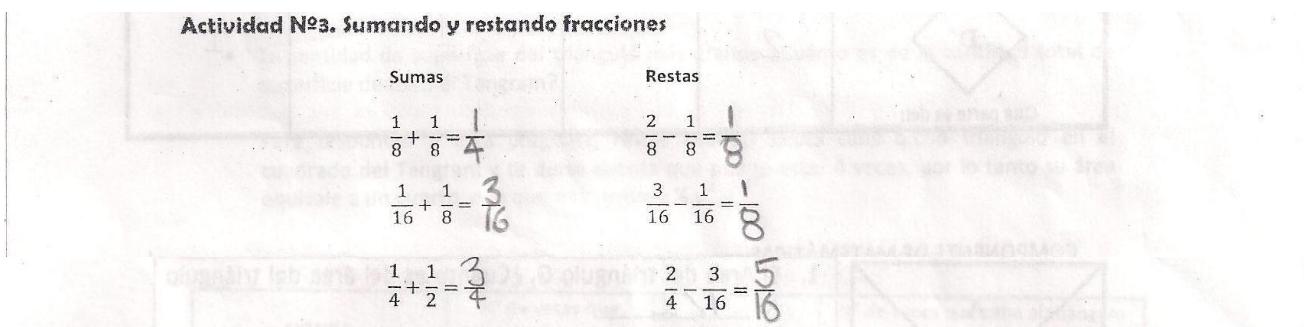
$\frac{1}{16} \leq \frac{1}{8}$ $\qquad$ $\frac{1}{8} \leq \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

$\frac{1}{2} \geq \frac{4}{16}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \geq \frac{2}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{2} \geq \frac{5}{4}$

Foto 4.2: Equivalencia entre las fracciones $\frac{1}{8}$ (Triángulo Rojo G) y $\frac{2}{16}$ (Triángulo Marrón C y Violeta E) establecida por los estudiantes

Foto 4.3: Estudiantes determinando la relación de orden entre las fracciones $\frac{1}{8}$ (Triángulo Rojo G) y $\frac{1}{16}$ (Triángulo Marrón C)

En la tercera actividad se pidió a los estudiantes realizar algunas sumas y restas de fracciones tanto homogéneas como heterogéneas, empleando la recomposición y la descomposición de las figuras del tangram y aprovechando la determinación de sus áreas como fracción del cuadrado original.

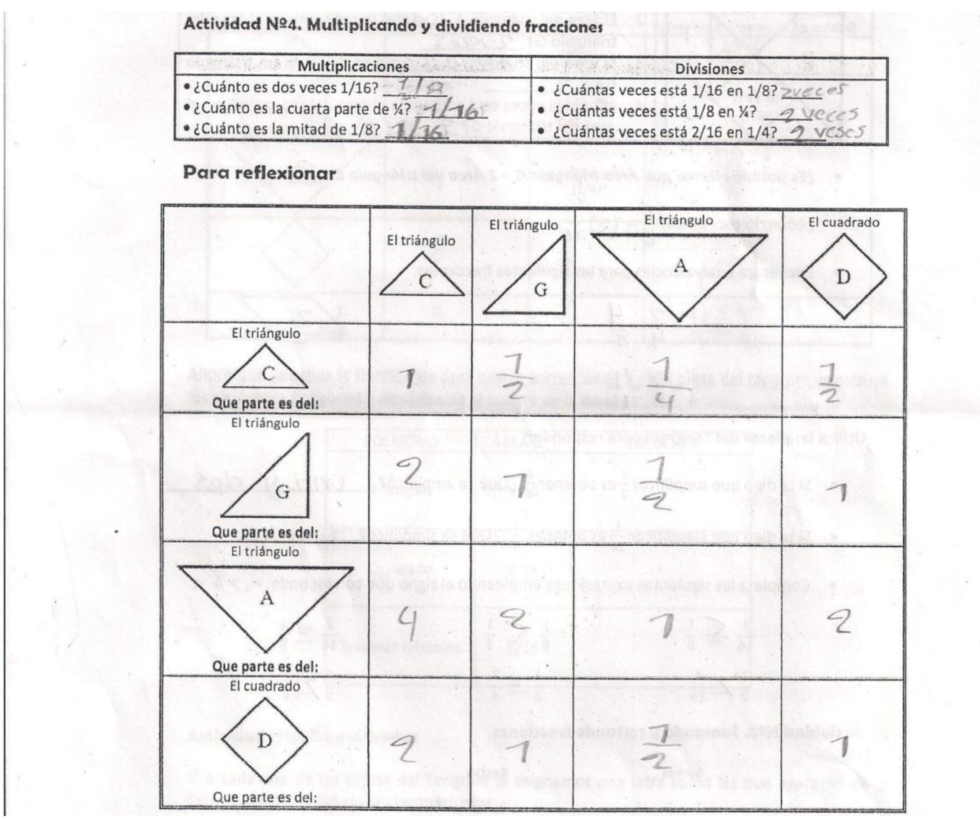


Actividad Nº3. Sumando y restando fracciones

Sumas	Restas
$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}=\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}-\frac{1}{16}=\frac{1}{8}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}-\frac{3}{16}=\frac{5}{16}$

Foto 4.4: Dos ejemplos de suma de las fracciones $\frac{1}{16}$ y $\frac{1}{8}$ presentados por los estudiantes

Finalmente, se buscó un acercamiento a la multiplicación y división de fracciones siguiendo una metodología similar a la empleada en la actividad anterior y revisando cuántas veces cabe una figura en otra.



Actividad Nº4. Multiplicando y dividiendo fracciones

Multiplicaciones	Divisiones
• ¿Cuánto es dos veces 1/16? 1/8	• ¿Cuántas veces está 1/16 en 1/8? 2veces
• ¿Cuánto es la cuarta parte de ¼? 1/16	• ¿Cuántas veces está 1/8 en ¼? 2 veces
• ¿Cuánto es la mitad de 1/8? 1/16	• ¿Cuántas veces está 2/16 en 1/4? 2 veces

Para reflexionar

	El triángulo C	El triángulo G	El triángulo A	El cuadrado D
El triángulo C. Que parte es del:	1	1/2	1/4	1/2
El triángulo G. Que parte es del:	2	1	1/2	1
El triángulo A. Que parte es del:	4	2	1	2
El cuadrado D. Que parte es del:	2	1	1/2	1

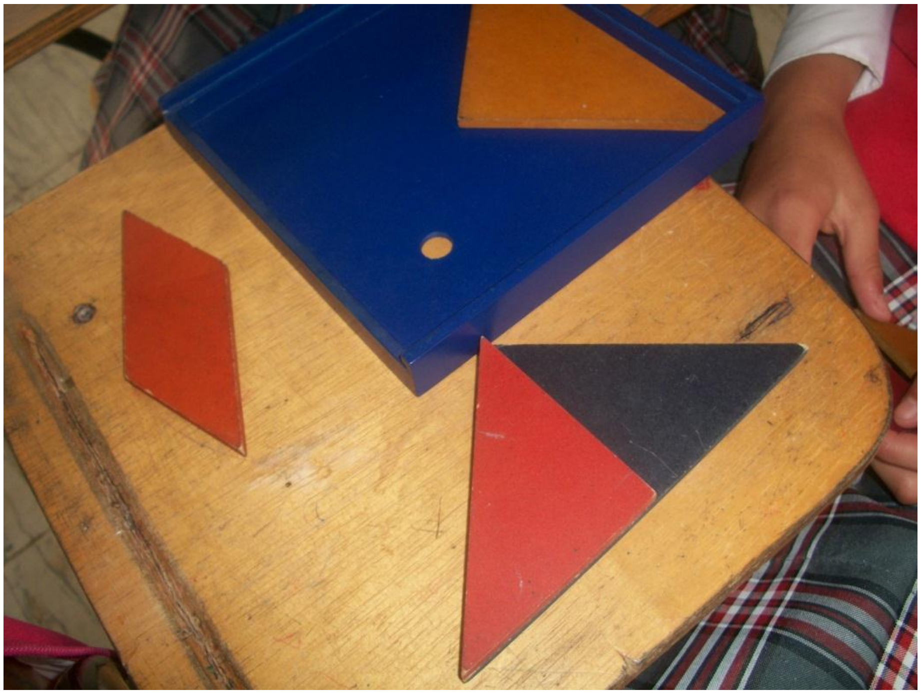


Foto 4.5: Estudiantes definiendo las veces que está la fracción $\frac{1}{8}$ (Triángulo Rojo G) en $\frac{1}{4}$ (Triángulo Negro A)

La principal dificultad en el desarrollo de esta guía de trabajo se presentó en la comparación de las fracciones $\frac{3}{2}$ y $\frac{5}{4}$ ya que siendo ambas fracciones mayores que la unidad (impropias), no era posible determinar la mayor de las dos mediante la descomposición y recomposición de las piezas de un solo tangram. Se invitó a los estudiantes para que se unieran en equipos más grandes para lograr su comparación con las piezas adicionales de otro tangram y se explicó cómo se podían representar gráficamente dichas fracciones. Además, se motivó al grupo en general para que hicieran inferencias a partir de representaciones similares, pues todo material tiene su límite y funcionalidad.

Cuando fueron indagados acerca del establecimiento de las relaciones de orden de números fraccionarios durante la ejecución de estas actividades, algunos estudiantes del grupo manifestaron verbalmente, que "si 4 es mayor que 2, entonces $\frac{1}{4}$ es mayor que $\frac{1}{2}$". Utilizando la relación y el contraste de tamaños entre las diferentes piezas del tangram, se superaron esta clase de razonamientos erróneos, percibiéndose notables avances en el concepto de comparación de fracciones.

Las operaciones de suma y resta de fracciones fueron resueltas con gran facilidad, al igual que las multiplicaciones y las divisiones propuestas, mediante la manipulación de las figuras geométricas y las equivalencias establecidas.

Los resultados obtenidos durante el desarrollo de este primer taller fueron buenos, ya que los estudiantes reconocieron la fracción como relación parte-todo a partir de la magnitud de áreas de figuras geométricas que son conocidas y cotidianas en su entorno. Además, determinaron equivalencias, relaciones de orden y operaciones básicas entre números fraccionarios apoyados en la descomposición y recomposición de dichas figuras, sin recurrir a los algoritmos tradicionales que se utilizan comúnmente en su enseñanza.

4.2. Taller 2: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Las Regletas De Cuisenaire

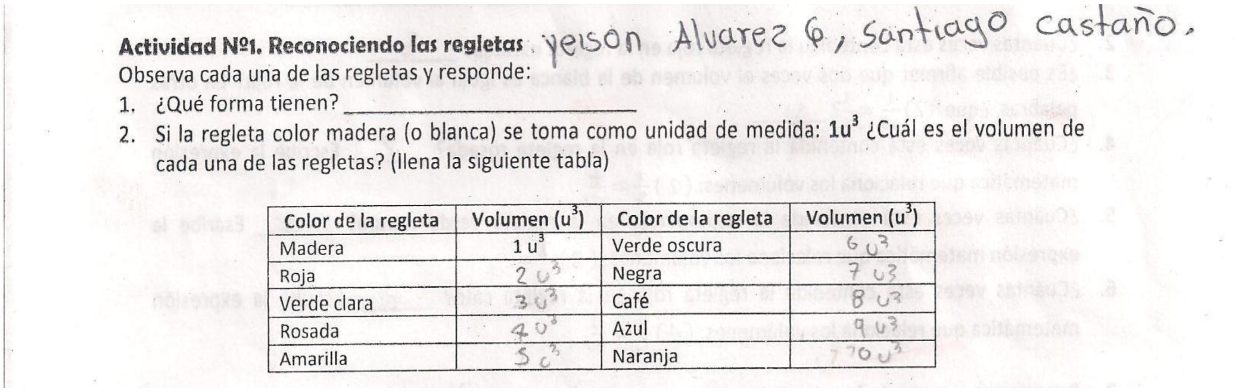
Luego de la introducción al conjunto de los números fraccionarios mediante el uso del tangram, se propuso un segundo taller para afianzar el concepto de fracción como medida y relación parte-todo, la equivalencia entre fracciones y sus operaciones básicas utilizando las regletas de Cuisenaire.

Las regletas son prismas cuadrangulares de $1cm^2$ de base y cuya longitud oscila entre 1 y 10 cm. Las regletas de Cuisenaire siguen este sistema:

Regleta color madera (o blanca) = 1cm.
Regleta roja = 2cm.
Regleta verde clara = 3cm.
Regleta rosada = 4cm.
Regleta amarilla = 5cm.
Regleta verde oscura = 6cm.
Regleta negra = 7cm.
Regleta café = 8cm.
Regleta azul = 9cm.
Regleta naranja = 10cm.

Foto 4.6: Regletas de Cuisenaire utilizadas por los estudiantes en el desarrollo del Taller 2

La primera actividad consistió en reconocer la forma de las regletas y relacionar el volumen de cada una de ellas con la regleta color madera, cuyo volumen es $1u^3$.



Actividad Nº1. Reconociendo las regletas Yeison Alvarez G, Santiago castaño.

Observa cada una de las regletas y responde:

1. ¿Qué forma tienen? ______________________
2. Si la regleta color madera (o blanca) se toma como unidad de medida: **1u³** ¿Cuál es el volumen de cada una de las regletas? (llena la siguiente tabla)

Color de la regleta	Volumen (u^3)	Color de la regleta	Volumen (u^3)
Madera	1 u^3	Verde oscura	6 u^3
Roja	2 u^3	Negra	7 u^3
Verde clara	3 u^3	Café	8 u^3
Rosada	4 u^3	Azul	9 u^3
Amarilla	5 u^3	Naranja	10 u^3

Foto 4.7: Estudiantes determinando el volumen de la regleta azul tomando la regleta color madera como unidad de medida

A partir de los resultados obtenidos en la actividad anterior, se solicitó determinar las relaciones que hay entre las regletas roja y verde clara, con preguntas orientadoras que invitaban a revisar cuántas veces contiene el volumen de estas regletas al volumen de la regleta color madera.

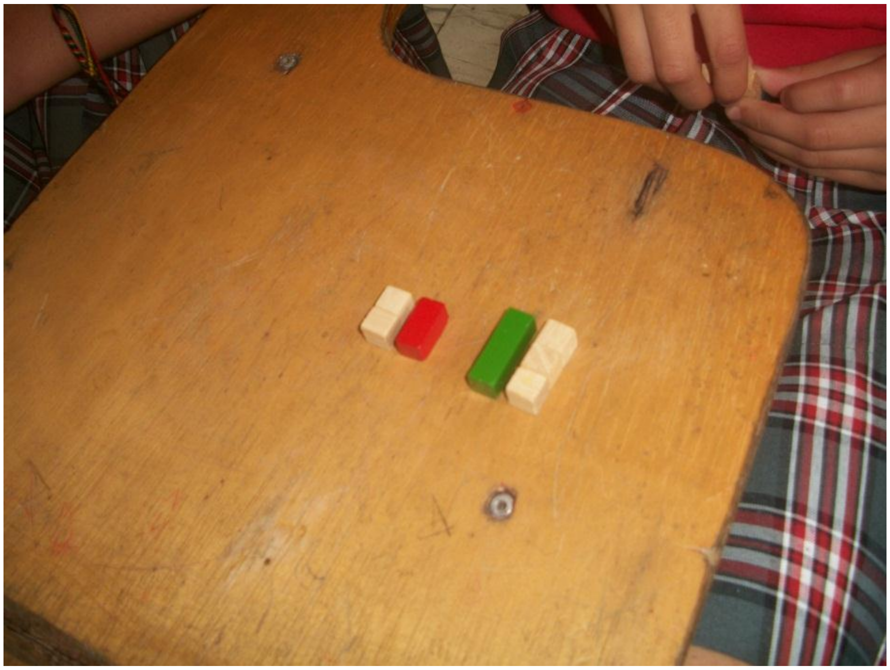
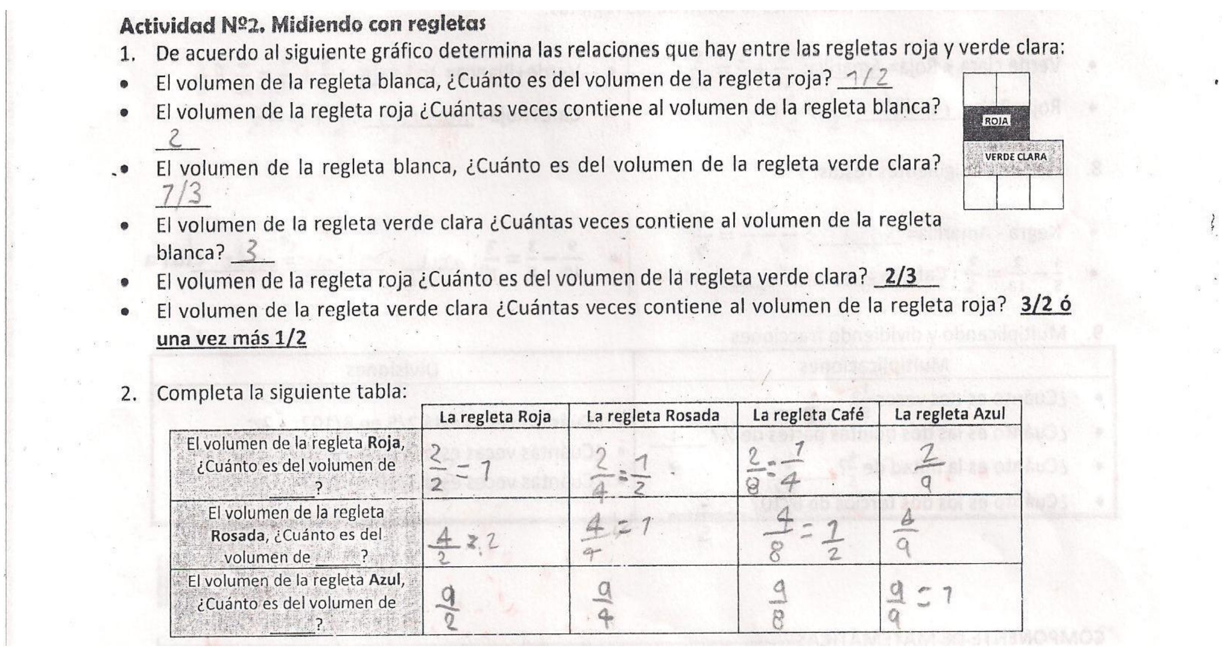


Foto 4.8: Relaciones establecidas por los estudiantes entre las regletas roja y verde clara

Basados en un razonamiento similar, se establecieron relaciones entre los volúmenes de otras regletas.



Actividad Nº2. Midiendo con regletas

1. De acuerdo al siguiente gráfico determina las relaciones que hay entre las regletas roja y verde clara:

- El volumen de la regleta blanca, ¿Cuánto es del volumen de la regleta roja? 1/2
- El volumen de la regleta roja ¿Cuántas veces contiene al volumen de la regleta blanca? 2
- El volumen de la regleta blanca, ¿Cuánto es del volumen de la regleta verde clara? 1/3
- El volumen de la regleta verde clara ¿Cuántas veces contiene al volumen de la regleta blanca? 3
- El volumen de la regleta roja ¿Cuánto es del volumen de la regleta verde clara? **2/3**
- El volumen de la regleta verde clara ¿Cuántas veces contiene al volumen de la regleta roja? **3/2 ó una vez más 1/2**

2. Completa la siguiente tabla:

	La regleta Roja	La regleta Rosada	La regleta Café	La regleta Azul
El volumen de la regleta **Roja**, ¿Cuánto es del volumen de ____?	$\frac{2}{2} = 1$	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$
El volumen de la regleta **Rosada**, ¿Cuánto es del volumen de ____?	$\frac{4}{2} = 2$	$\frac{4}{4} = 1$	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$
El volumen de la regleta **Azul**, ¿Cuánto es del volumen de ____?	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{9} = 1$

Foto 4.9: Relaciones establecidas por los estudiantes entre las regletas rosada y azul

En la tercera actividad se tomó como unidad de medida la regleta naranja, es decir, el valor de su volumen como $1u^3$ y se pidió determinar qué parte de su volumen representa cada una de las demás regletas.

Foto 4.10: Estudiantes determinando el volumen de la regleta verde clara tomando la regleta naranja como unidad de medida

Actividad Nº3. Fracciones con regletas Maria Camila Angel Mauricio Jaramillo

1. Toma como unidad de medida la regleta naranja (**1u³**) y determina qué parte de su volumen representa cada una de las demás, así: NARANJA $1u^3$

Color de la regleta	Volumen respecto a la naranja (u^3)	Color de la regleta	Volumen respecto a la naranja (u^3)
Madera	$\frac{1}{10}u^3$	Verde oscura	$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}u^3$
Roja	$\frac{1}{5}u^3$	Negra	$\frac{7}{10}u^3$
Verde clara	$\frac{3}{10}u^3$	Café	$\frac{8}{10}=\frac{4}{5}\cdot u^3$
Rosada	$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}u^3$	Azul	$\frac{9}{10}u^3$
Amarilla	$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}u^3$	Naranja	$\frac{10}{10}=1u^3$

Se llegó al concepto de fracciones equivalentes comparando el número de veces que está contenida la regleta roja en las regletas naranja, rosada, verde oscura y café, para lo cual se solicitó escribir la expresión matemática que relaciona los volúmenes de las regletas partiendo de los valores obtenidos en la tabla anterior.

2. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta naranja? 5
3. ¿Es posible afirmar que dos veces el volumen de la blanca es igual al volumen de la roja? En otras palabras, ¿que $(2)\frac{1}{10}=\frac{1}{5}$? SI
4. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta rosada? 2 Escribe la expresión matemática que relaciona los volúmenes: $(2)\frac{1}{5}=\frac{4}{10}$
5. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta verde oscura? 3 Escribe la expresión matemática que relaciona los volúmenes: $(3)\frac{1}{5}=\frac{6}{10}$
6. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta café? 4 Escribe la expresión matemática que relaciona los volúmenes: $(4)\frac{1}{5}=\frac{8}{10}$

A partir de la unión de las regletas y encontrando el color de la regleta equivalente se expresaron algunos ejercicios de suma de fracciones, tomando como referencia el valor del volumen de las regletas presentadas. De igual manera, estableciendo la debida correspondencia entre la fracción que representa el volumen de una regleta y su color, y encontrando la regleta que sumada con el sustraendo da como resultado el minuendo, se realizaron algunas restas de fracciones.

7. Expresa como suma de fracciones la unión de las regletas:
- Verde clara + Roja= Amarilla: $\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{5}{10}$
- Verde+Blanca= Rosada : $\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$
- Roja+Roja= Rosada : $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$
- Café+Roja= Naranjada : $\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}=1$

8. Realiza las siguientes restas:
- Negra - Amarilla= roja : $\frac{7}{10}-\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$
- $\frac{9}{10}-\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$: Azul - verde o. = verde clara
- $\frac{4}{5}-\frac{2}{10}=\frac{3}{5}$: Café - roja = verde osura

Foto 4.11: Estudiantes resolviendo las sumas de fracciones utilizando las regletas

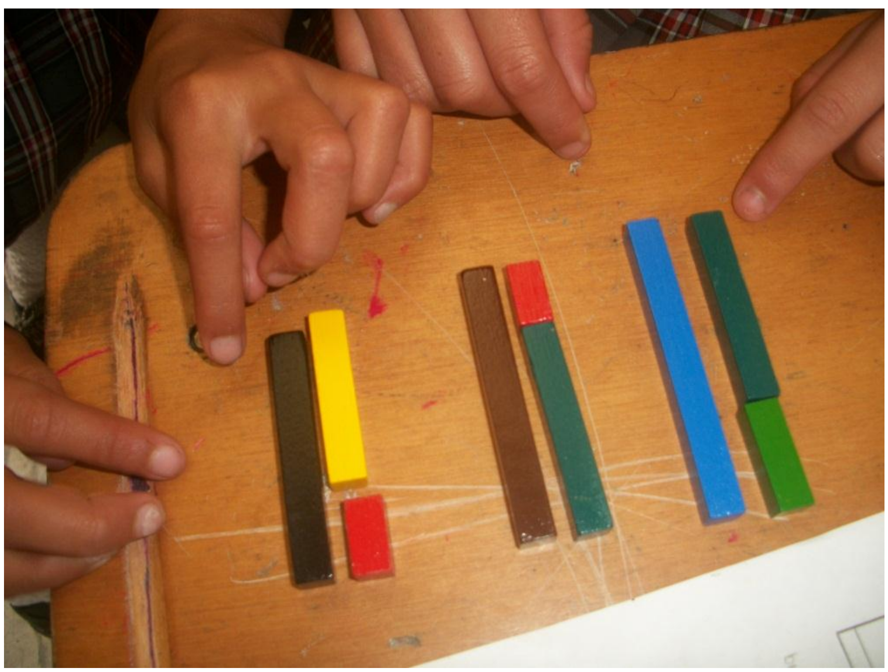
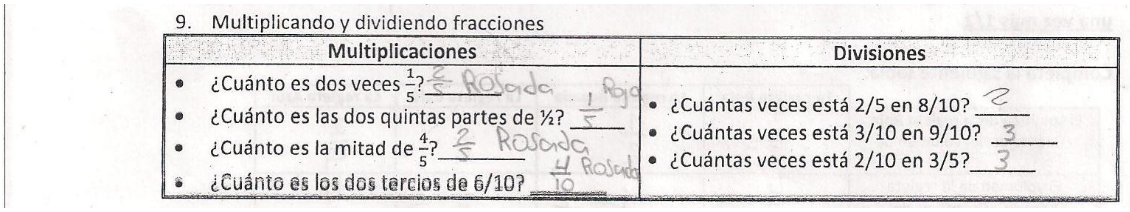


Foto 4.12: Estudiantes resolviendo las restas de fracciones utilizando las regletas

Finalmente, se propusieron unos ejercicios de multiplicación y división de fracciones siguiendo igualmente la directriz de encontrar los resultados de las operaciones solamente utilizando las regletas.



9. Multiplicando y dividiendo fracciones

Multiplicaciones	Divisiones
• ¿Cuánto es dos veces $\frac{1}{5}$? $\frac{2}{5}$ Rosada • ¿Cuánto es las dos quintas partes de ½? $\frac{1}{5}$ Roja • ¿Cuánto es la mitad de $\frac{4}{5}$? $\frac{2}{5}$ Rosada • ¿Cuánto es los dos tercios de 6/10? $\frac{4}{10}$ Rosada	• ¿Cuántas veces está 2/5 en 8/10? 2 • ¿Cuántas veces está 3/10 en 9/10? 3 • ¿Cuántas veces está 2/10 en 3/5? 3

Foto 4.13: Estudiantes resolviendo algunas multiplicaciones de fracciones utilizando las regletas

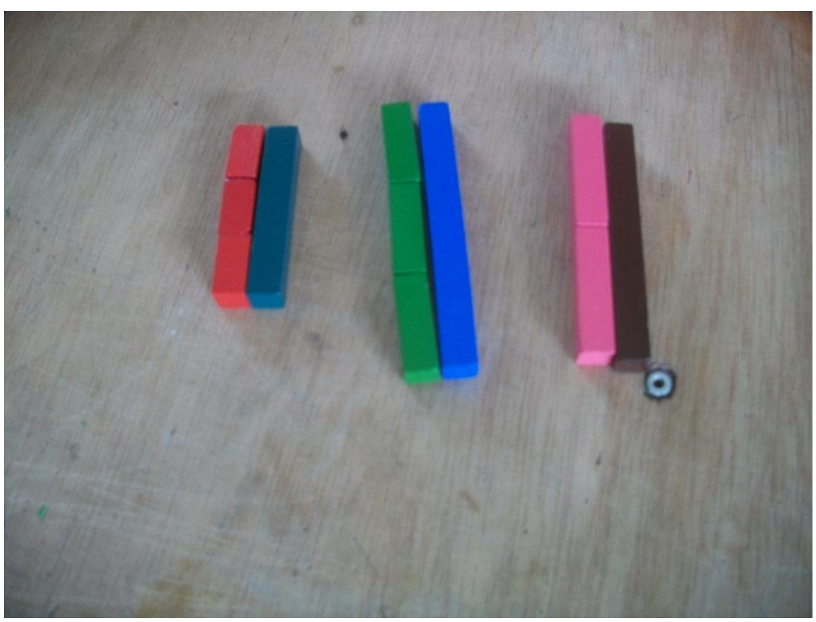


Foto 4.14: Estudiantes resolviendo las divisiones de fracciones utilizando las regletas

El 80% de los estudiantes resolvieron las diferentes operaciones entre números fraccionarios sin ningún problema. Sin embargo, se presentaron dificultades en las multiplicaciones donde se aplicaba un operador no entero. Para dar solución a esta situación fue necesario observar cuántas regletas color madera equivalen a la regleta que corresponde a la fracción dada y recurrir al significado básico del numerador y el denominador de una fracción. De esta manera, aplicando la definición de la fracción de un número con las regletas color madera se logró encontrar la regleta equivalente que corresponde al resultado de la multiplicación.

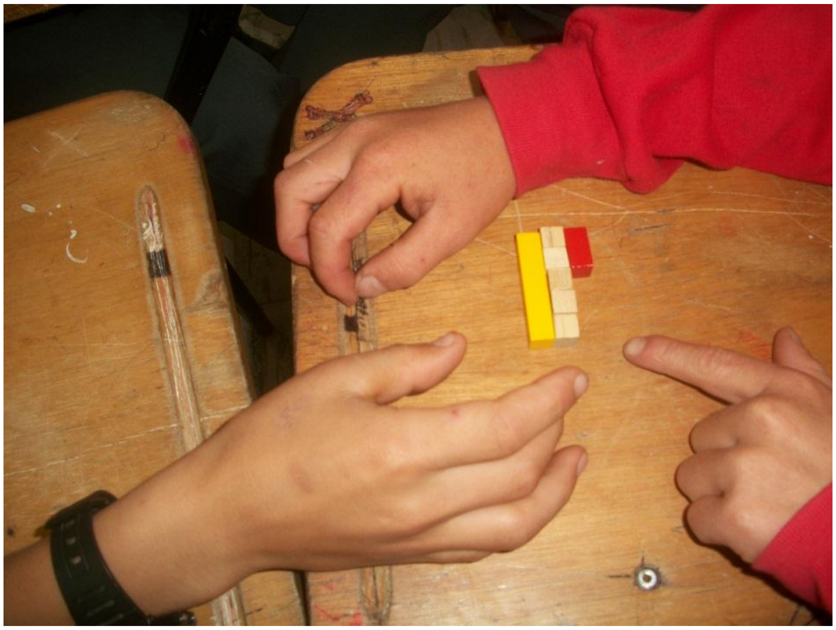


Foto 4.15: Estudiantes determinando el valor de la operación $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{2}$ utilizando las regletas

Este taller arrojó resultados alentadores, ya que se cumplió con los propósitos esbozados en la introducción de este trabajo: se fortaleció el concepto de la fracción como medida y relación parte-todo, y se analizó nuevamente la equivalencia entre fracciones y sus operaciones básicas empleando las regletas de Cuisenaire como elemento mediador de estos aprendizajes.

Los estudiantes manifestaron una actitud más positiva durante el desarrollo de estas actividades que en el taller anterior, participaron en forma más efectiva, confrontaron su trabajo con el realizado por otros compañeros y demostraron una mayor apropiación de los números fraccionarios. Esto se debe a que el trabajo con las regletas logró afianzar unos conceptos que ya habían sido abordados con el uso del tangram.

4.3. Taller 3: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Tortas Fraccionarias

Las actividades propuestas en este taller enfatizan en dos aspectos:

- La relación parte-todo que expresa la relación cuantitativa entre cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra cantidad de magnitud tomada como parte. El material a emplear se conoce como tortas de fraccionarios y está formado por el círculo unitario y siete círculos partidos en fracciones diferentes (medios, tercios, cuartos, sextos, octavos, novenos y doceavos).
- La noción de equivalencia entre fracciones a partir de las relaciones numéricas entre ellas, derivadas de un proceso de medición, es decir, de cuántas veces está contenida una en otra. Comprendido el concepto de equivalencia, es más fácil para el docente iniciar el trabajo con la suma de fracciones, especialmente las heterogéneas.

Se pretende con este taller poner en práctica estrategias de comparación y equivalencia entre fracciones y comprender la suma de números fraccionarios como sumas de las partes de un todo.

Para su desarrollo, se formaron equipos con cuatro estudiantes y cada equipo recibió las tortas fraccionarias en papel grueso (45 piezas: 1 unidad, 2 medios, 3 tercios, 4 cuartos, 6 sextos, 8 octavos, 9 novenos y 12 doceavos). La primera actividad se orientó hacia el reconocimiento de las piezas, separando las que tienen el mismo valor o tamaño y juntándolas para obtener la torta completa que representa la unidad.

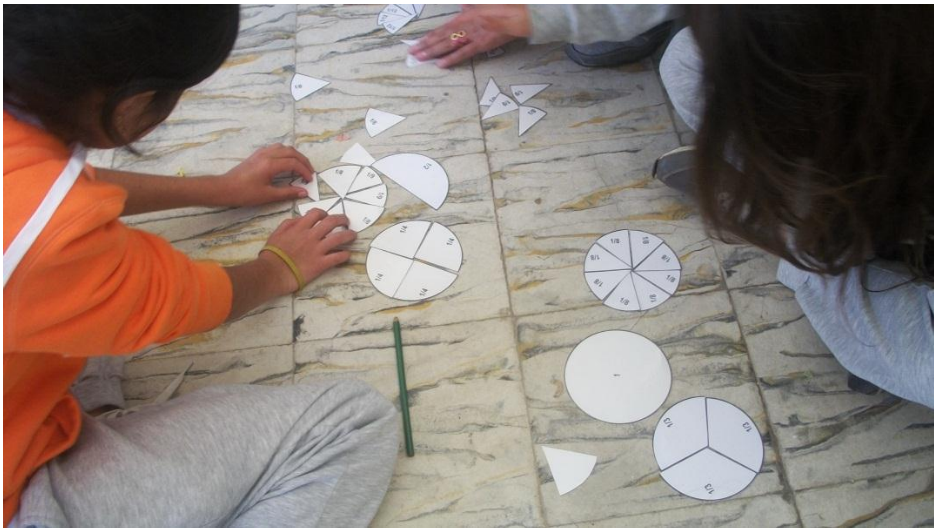


Foto 4.16: Estudiantes hacen el reconocimiento de las tortas de fraccionarios

Luego, se pidió que tomaran un pedazo de cada una de las tortas anteriores y compararan sus tamaños para determinar cuál pedazo es más grande, cuál pedazo es más pequeño y organizar las fracciones de menor a mayor.

Foto 4.17: Estudiantes organizan las fracciones de menor a mayor con un pedazo de cada torta

Se formularon preguntas orientadoras para descubrir las equivalencias de las fracciones dadas en esta actividad como: ¿Qué fracciones iguales están contenidas un número exacto de veces en $\frac{1}{2}$? ¿Qué fracciones iguales están contenidas un número exacto de veces en $\frac{1}{3}$? De igual forma se hizo para las otras fracciones, partiendo precisamente de procesos de medición.

- Encuentra equivalencias para las siguientes fracciones, pero sólo las que son posibles con el uso del material:

Fracción	Equivalencias
$\frac{1}{2}$	$= \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6}$
$\frac{1}{3}$	$= \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{3}{9}$

Fracción	Equivalencias
$\frac{1}{4}$	$= \frac{3}{12} = \frac{2}{8}$
$\frac{1}{6}$	$= \frac{2}{12}$

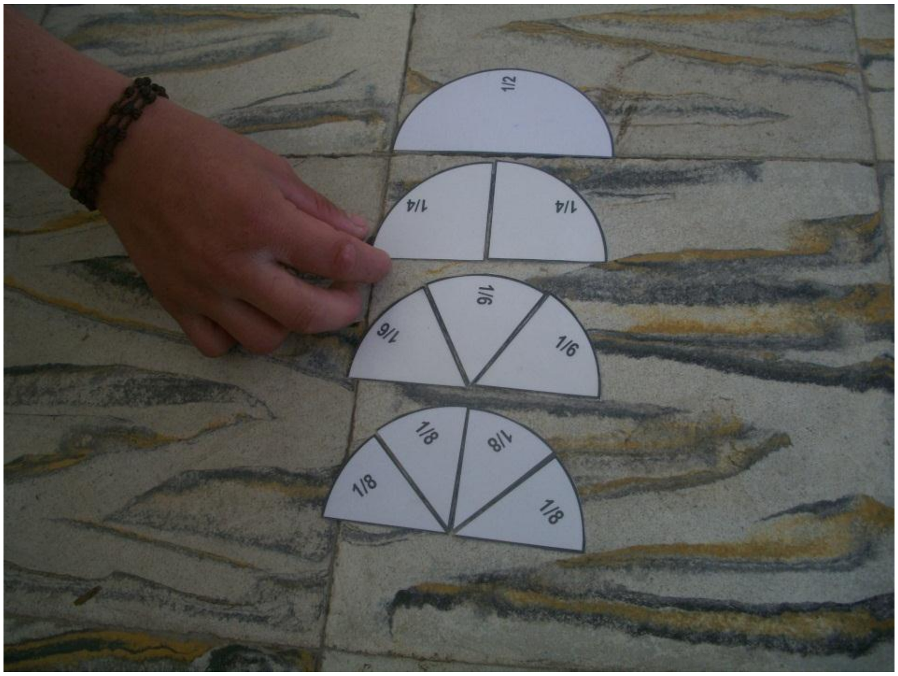


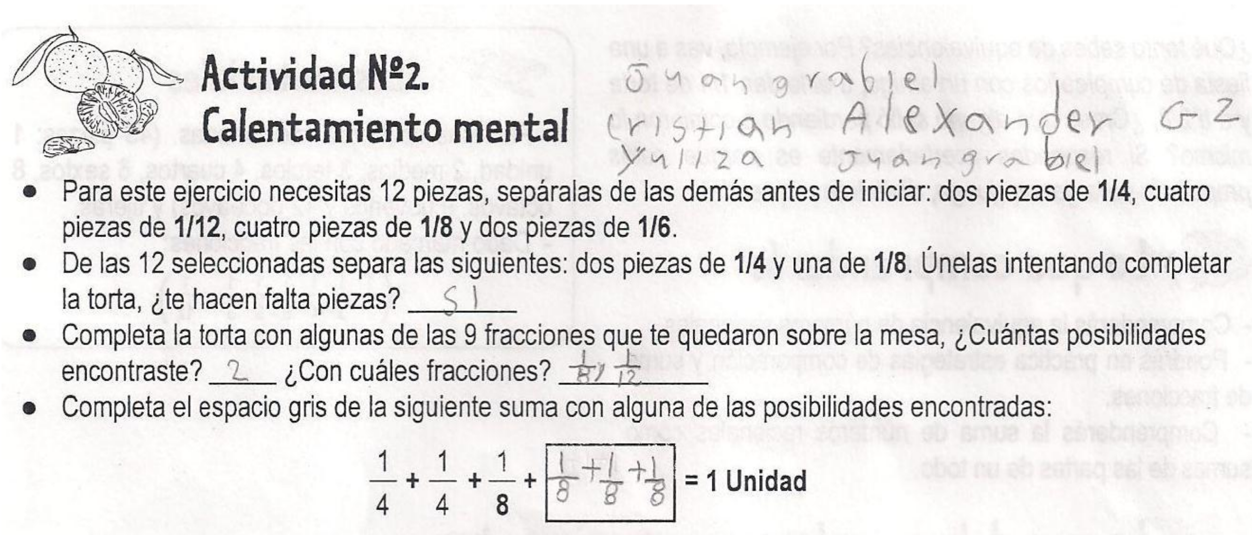
Foto 4.18: Estudiantes construyendo ejemplos de fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$

Foto 4.19: Estudiantes construyendo ejemplos de fracciones equivalentes a $\frac{1}{3}$

Foto 4.20: Estudiantes construyendo ejemplos de fracciones equivalentes a $\frac{1}{4}$

Foto 4.21: Estudiantes construyendo un ejemplo de una fracción equivalente a $\frac{1}{6}$

En la segunda actividad se pidió separar las siguientes piezas: dos pedazos de $\frac{1}{4}$, cuatro pedazos de $\frac{1}{12}$, cuatro pedazos de $\frac{1}{8}$ y dos pedazos de $\frac{1}{6}$. De estas 12 piezas se seleccionaron dos pedazos de $\frac{1}{4}$ y uno de $\frac{1}{8}$ y se solicitó completar la torta con algunas de las nueve fracciones que quedaron aparte, escribiendo las diferentes posibilidades encontradas para formar la unidad.



Actividad Nº2.
Calentamiento mental

Juangrabiel
Cristian Alexander GZ
Yuliza Juangrabiel

- Para este ejercicio necesitas 12 piezas, sepáralas de las demás antes de iniciar: dos piezas de **1/4**, cuatro piezas de **1/12**, cuatro piezas de **1/8** y dos piezas de **1/6**.
- De las 12 seleccionadas separa las siguientes: dos piezas de **1/4** y una de **1/8**. Únelas intentando completar la torta, ¿te hacen falta piezas? SI
- Completa la torta con algunas de las 9 fracciones que te quedaron sobre la mesa, ¿Cuántas posibilidades encontraste? 2 ¿Con cuáles fracciones? $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{12}$
- Completa el espacio gris de la siguiente suma con alguna de las posibilidades encontradas:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \boxed{\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}} = \textbf{1 Unidad}$$

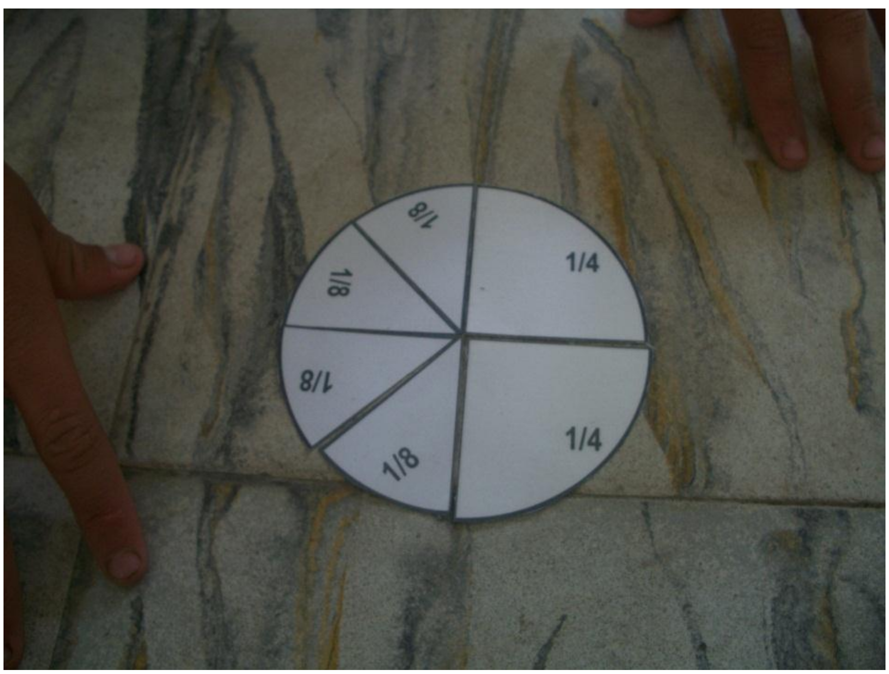


Foto 4.22: Primer ejemplo de las fracciones encontradas por un grupo de estudiantes para completar la torta bajo las condiciones dadas

Diego Andres
Jilon Jader
Duvan Sevastían
Sevastían osorio

Actividad Nº2.
Calentamiento mental

- Para este ejercicio necesitas 12 piezas, sepáralas de las demás antes de iniciar: dos piezas de **1/4**, cuatro piezas de **1/12**, cuatro piezas de **1/8** y dos piezas de **1/6**.
- De las 12 seleccionadas separa las siguientes: dos piezas de **1/4** y una de **1/8**. Únelas intentando completar la torta, ¿te hacen falta piezas? si
- Completa la torta con algunas de las 9 fracciones que te quedaron sobre la mesa, ¿Cuántas posibilidades encontraste? 1 ¿Con cuáles fracciones? $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{12}$
- Completa el espacio gris de la siguiente suma con alguna de las posibilidades encontradas:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \boxed{\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}} = \textbf{1 Unidad}$$

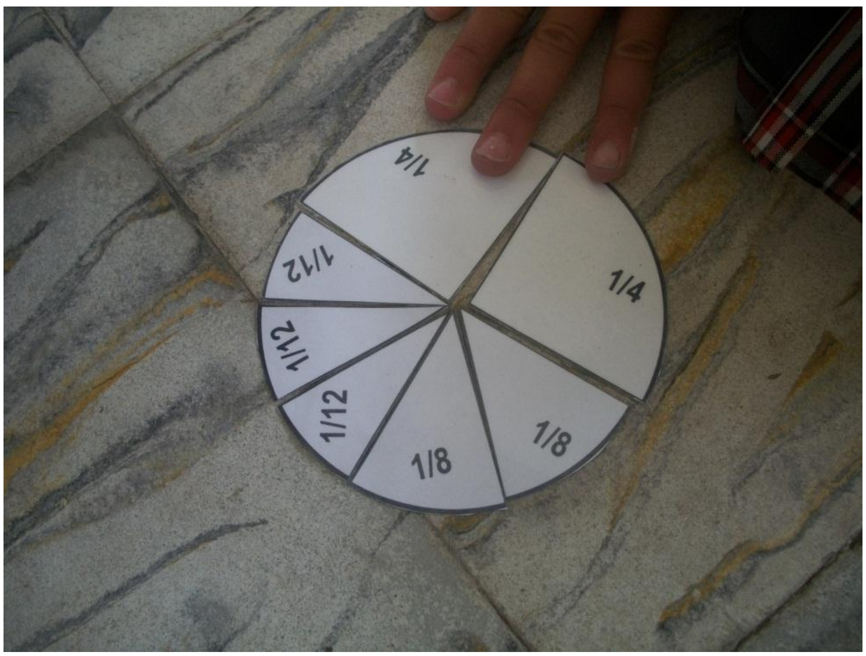


Foto 4.23: Segundo ejemplo de las fracciones encontradas por un grupo de estudiantes para completar la torta bajo las condiciones dadas

Mauricio Jaramillo
Kevin Incapie
yeison Alvares
carlos Andres

Actividad Nº2.
Calentamiento mental

- Para este ejercicio necesitas 12 piezas, sepáralas de las demás antes de iniciar: dos piezas de **1/4**, cuatro piezas de **1/12**, cuatro piezas de **1/8** y dos piezas de **1/6**.
- De las 12 seleccionadas separa las siguientes: dos piezas de **1/4** y una de **1/8**. Únelas intentando completar la torta, ¿te hacen falta piezas? Si
- Completa la torta con algunas de las 9 fracciones que te quedaron sobre la mesa, ¿Cuántas posibilidades encontraste? 2 ¿Con cuáles fracciones? $\frac{1}{8}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$
- Completa el espacio gris de la siguiente suma con alguna de las posibilidades encontradas:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \boxed{\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}} = \textbf{1 Unidad}$$

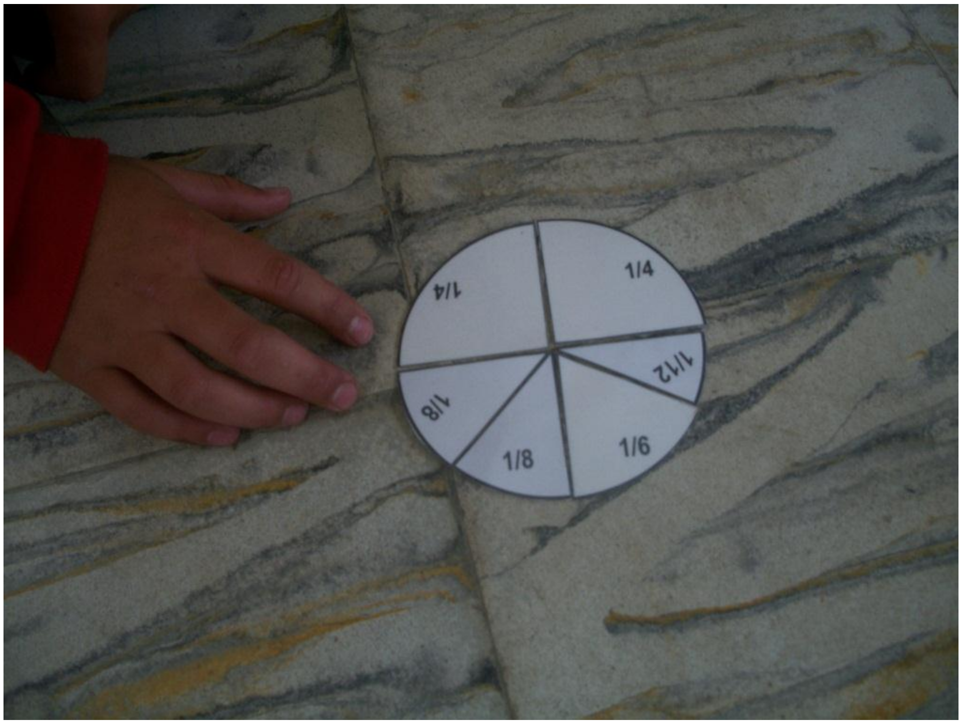


Foto 4.24: Tercer ejemplo de las fracciones encontradas por un grupo de estudiantes para completar la torta bajo las condiciones dadas

Se puede afirmar que estas dos actividades iniciales no presentaron dificultades para los estudiantes, pues sirvieron para fortalecer los conceptos de comparación y equivalencia entre fracciones que habían sido abordados en los talleres con el tangram y las regletas de Cuisenaire. Precisamente la claridad de estos conceptos es fundamental para entender la suma y resta de fracciones.

Las actividades 3 y 4 son adaptaciones de un juego publicado en el material para docentes del Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de Argentina denominado “Juegos en Matemática EGB2”, en el cual los estudiantes hacen uso de las equivalencias entre fracciones para lograr el objetivo del juego: “Completar tortas”. Es necesario que los estudiantes sí usen las equivalencias y no el cálculo tradicional del mínimo común múltiplo para ser coherentes con los procesos de medición mencionados. A continuación se describen las condiciones generales y las reglas del juego, para el cual se continúa trabajando con equipos de 4 estudiantes.

Juego “Completa la torta”

Objetivo: Cada jugador debe formar un círculo (completar la torta) eligiendo las fracciones correctas para hacerlo.

Materiales: 26 piezas de las tortas fraccionarias (2 medios, 4 cuartos, 8 octavos y 12 doceavos) y una bolsa oscura.

Reglas:

- Mezclar todas las piezas y meterlas en una bolsa oscura.
- Cada jugador saca 3 piezas de manera aleatoria.
- El último jugador saca 3 piezas más y las ubica sobre la mesa.

Condiciones generales:

Por turnos, cada jugador debe formar una torta empleando una pieza propia y una o más de las que están sobre la mesa. Si lo logra, toma todas las piezas con las que formó la torta y se queda con ellas (estas piezas salen del juego). De lo contrario, coloca una pieza adicional sobre la mesa (quedando con una en su poder). En ambos casos cede el turno al siguiente jugador.

Cuando a un jugador se le acaban las piezas, saca otras 3 de la bolsa. Las piezas que están sobre la mesa deben reponerse de tal forma que siempre se tengan 3 como mínimo. Repetir el proceso hasta que se acaben las piezas. Gana el jugador que logre reunir la mayor cantidad de tortas.

Variación del juego empleando un dado

El objetivo sigue siendo el mismo: completar la mayor cantidad de tortas.

Los materiales utilizados pasan a ser 35 piezas, ya que se adicionan los tercios y los sextos (2 medios, 3 tercios, 4 cuartos, 6 sextos, 8 octavos y 12 doceavos) y un dado de caras marcadas con las siguientes fracciones: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}$

El primer jugador lanza el dado y retira la pieza que éste le indica. Puede hacerlo retirando dicha fracción o una equivalente. Por ejemplo, si el dado marca $\frac{1}{2}$ retira la pieza $\frac{1}{2}$ o dos piezas de $\frac{1}{4}$ o tres piezas de $\frac{1}{6}$ y así sucesivamente. También tiene la posibilidad de retirar piezas cuya suma equivalga a la fracción del dado.

Por ejemplo, si un jugador tiene las piezas $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$, requiere de $\frac{1}{4}$ para completar la torta. Al lanzar el dado cae $\frac{1}{3}$ el jugador puede remplazar esta fracción por las piezas $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{12}$ porque $\frac{1}{12}+\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$; completa la torta con $\frac{1}{4}$ y se queda con $\frac{1}{12}$

Cuando no hay piezas sobre la mesa para hacer el cambio, el jugador devuelve la pieza y espera el próximo turno. Todos los integrantes del grupo deben estar de acuerdo con la cantidad de fichas retiradas por el jugador que acaba de lanzar.

Foto 4.25: Estudiantes jugando "Completa la torta" utilizando un dado

Observaciones:

Durante este juego fue necesario intervenir en varias ocasiones para explicar la manera de retirar varias piezas cuya suma equivale a la fracción mostrada por el dado. Para superar esta dificultad se recurrió a la unión de piezas diferentes que cumplieran la condición de ser menores a la fracción del dado y al mismo tiempo formaran dicha fracción. Luego de este proceso se hizo una formalización partiendo del concepto de fracciones equivalentes.

La comprensión del concepto de equivalencia se hizo más evidente mediante el uso de las tortas de fraccionarios, debido a la facilidad de este material para adaptar y superponer sus diversos pedazos y a la visualización directa de la medida de cada uno de ellos. Además, los estudiantes lograron interiorizar el significado de la unidad e identificar la cantidad necesaria de pedazos iguales de una fracción determinada para su conformación. Se llegó de forma más efectiva a diferenciar las fracciones propias (menores que la unidad) de las impropias (mayores que la unidad). No obstante, se limitó a expresar una fracción como la suma de dos o más fracciones sólo con las posibilidades brindadas por el material.

Los estudiantes se mostraron activos y reflexivos durante el desarrollo de las actividades referentes a este taller. Los materiales educativos empleados facilitaron el logro de los objetivos de aprendizaje. La dinámica de trabajo propuesta fue esencial para promover procesos de indagación y análisis que conllevaron a la solución de situaciones problematizadoras, las cuales fueron discutidas y compartidas entre los educandos como una comunidad de aprendizaje.

4.4. Taller 4: Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Carrera De Fracciones

Carrera de fracciones es un juego basado en tres actividades similares: tiras fraccionadas (Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación, Argentina), un juego de fraccionarios (Vasco) y juego de las equivalencias (Obando). Su intención fue “propiciar una actividad en la que los estudiantes ejerciten sus conocimientos sobre equivalencia, descomposición, suma y resta de números fraccionarios a partir del juego”.

El tablero de carreras consta de 6 pistas de longitud 2 unidades, graduadas de acuerdo a determinada fracción, una por pista, así: pista de medios $\frac{1}{2}$, pista de tercios $\frac{1}{3}$, pista de cuartos $\frac{1}{4}$, pista de sextos $\frac{1}{6}$, pista de octavos $\frac{1}{8}$ y pista de doceavos $\frac{1}{12}$.

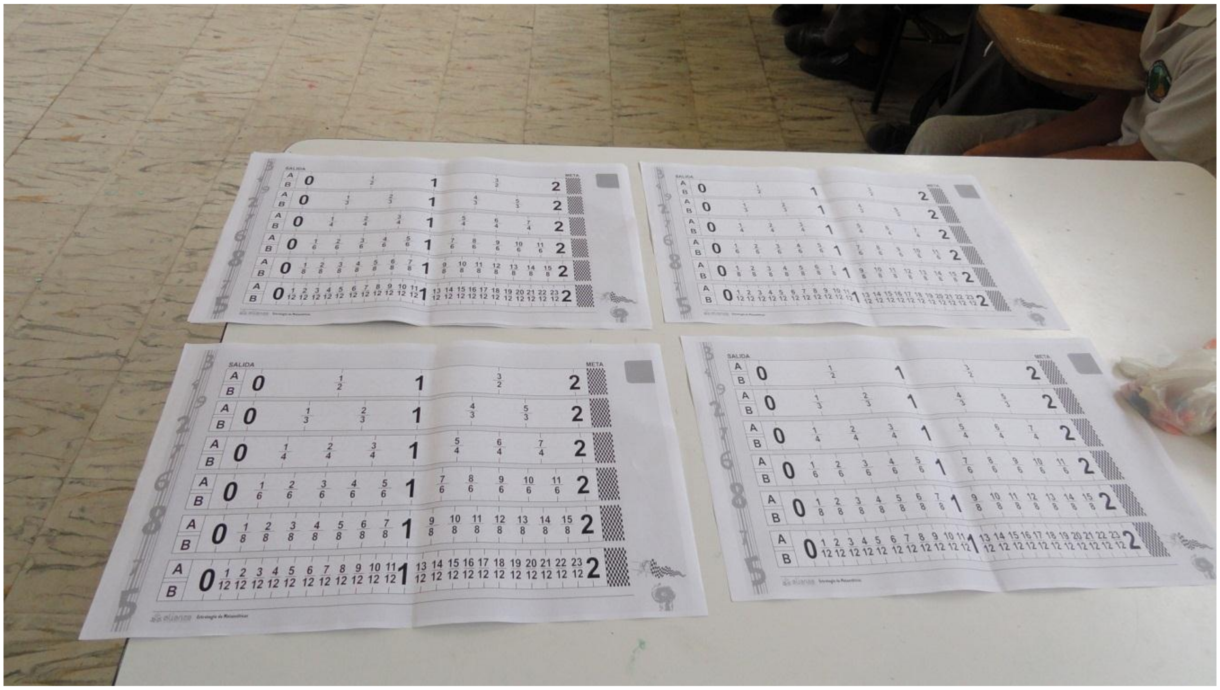


Foto 4.26: Tableros de carreras utilizados por los estudiantes en el juego “Carrera de fracciones”

Número de jugadores: Cuatro, organizados en dos equipos A y B.

Objetivo: Cada pareja de jugadores debe llevar sus seis fichas a la posición de meta. Gana la pareja que lo haga primero.

Materiales:

- Tablero con seis pistas numéricas y seis fichas para cada equipo.
- Dos dados: uno normal y otro modificado con las fracciones en juego $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ y $\frac{1}{12}$

Reglas:

- El equipo A ubica sus seis fichas en el punto de partida (recuadro gris) de cada pista. De igual forma lo hace el equipo B.

- Lanzan los dados por turnos sucesivos. En cada tiro sacan un número natural y una fracción. Deben avanzar el valor correspondiente a tantas veces la fracción como indica el número natural. Por ejemplo, para $\frac{1}{8}$ y 6, avanza en total 6 veces $\frac{1}{8}$. Este movimiento puede hacerlo con una o varias fichas partiendo desde el cero, por ejemplo: avanzar con la ficha que está en la pista de los medios hasta $\frac{1}{2}$ y con la que está en la pista de los cuartos $\frac{1}{4}$, porque $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$. El equipo contrario debe supervisar todos los movimientos y estar de acuerdo. Si los movimientos no coinciden con el valor marcado por los dados, se debe regresar las fichas a la posición original.

- Si el valor obtenido es una fracción más grande de la que se necesita para alcanzar la meta de 2 unidades con una de las fichas, puede hacer la resta para llevarla a la meta y mover lo que le queda con otra ficha. Por ejemplo: en la pista de los cuartos le hace falta para la meta $\frac{1}{4}$ y la cantidad marcada es $\frac{2}{4}$, entonces puede alcanzar la meta y mover el cuarto restante dos posiciones con la ficha que está en la pista de los octavos.

Observaciones:

Antes de iniciar el juego se simuló una partida en el tablero en la que todas las fichas partían de cero, se lanzaban los dados y se pedía a los estudiantes deducir todos los posibles movimientos a realizar basados en el concepto de equivalencia de fracciones.

Se enfatizó en la manera de mover las fichas cuando ya no están en el origen de las pistas, por ejemplo, si una ficha se encuentra en la posición $\frac{1}{6}$ y los dados marcan $\frac{2}{6}$, la posición en la que debe de quedar es $\frac{3}{6}$ ya que se desplaza los $\frac{2}{6}$ que indican los dados. Es importante esta aclaración porque algunos estudiantes podrían ubicar la ficha en la fracción señalada $\frac{2}{6}$, demostrando que no comprenden la diferencia entre cero absoluto (punto de partida de cada pista) y cero relativo (posición particular de una ficha sobre la pista).

Para realizar los movimientos de las fichas en varias pistas y así aumentar las posibilidades de llegar a la meta, los estudiantes hicieron la descomposición de la fracción indicada por los dados como una suma de fracciones heterogéneas (diferente denominador). Para ello, se orientaron en la visualización y medición de distancias iguales en las seis pistas del tablero que representan precisamente fracciones equivalentes. De esta manera los estudiantes analizaron de forma lúdica y recreativa el concepto de equivalencia y suma de fracciones, evitando los algoritmos convencionales que utilizan el mínimo común múltiplo.

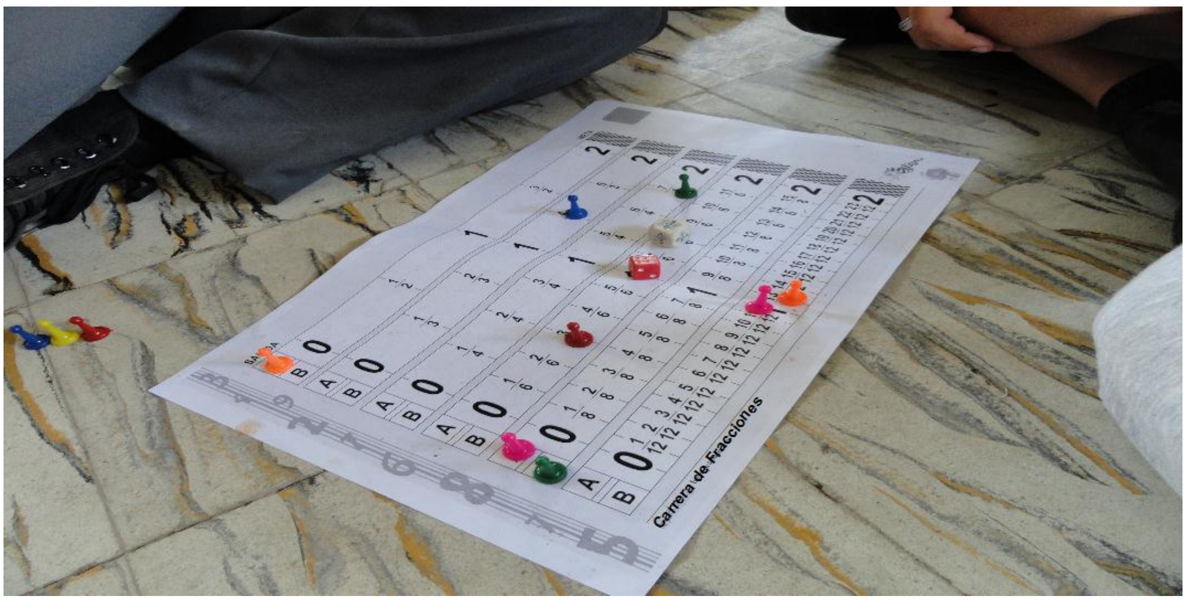


Foto 4.27: Estudiantes jugando “Carrera de fracciones”

Este juego permitió retroalimentar los conocimientos adquiridos por los estudiantes en el concepto de equivalencia de fracciones partiendo de la definición de medidas iguales plasmadas en forma tangible en varias pistas de carreras. La suma y resta de fracciones basadas en procesos de descomposición fue posible gracias al material utilizado, ya que brindó un escenario privilegiado de medición de distancias equivalentes tomando 6 pistas (cada una graduada con fracciones diferentes) como referencia.

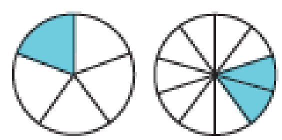
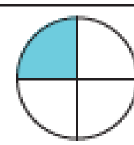
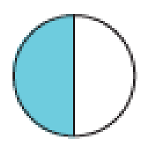
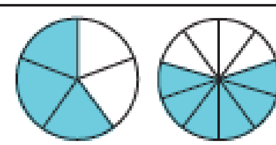
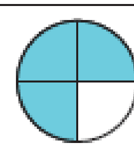
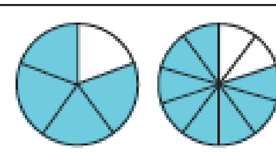
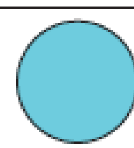
Cuando se presenta cualquier tipo de competencia y más aún si en ella van incluidas carreras, los estudiantes experimentan una mayor motivación y un gran deseo de competir y ganar. La buena presentación de este juego, con un tablero de carreras atrayente y su combinación con dados y fichas, generan una excelente dinámica de trabajo, ideal no sólo para niños, sino también para jóvenes y personas de cualquier edad.

La oportunidad que tuvieron los estudiantes de supervisar que los movimientos del equipo contrario en las diferentes pistas de fracciones fueran correctos, favoreció la concentración, la participación activa y el aprendizaje colaborativo durante todo el juego.

4.5. Taller 5: Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Dominó

El juego propuesto en este taller emplea la estructura del dominó tradicional como estrategia para que los estudiantes reconozcan y comprendan tanto las diferentes formas de representación que tienen los números racionales: fracción, porcentaje, decimal y gráfico, como las equivalencias entre fracciones.

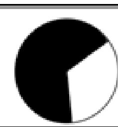
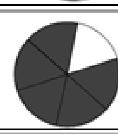
Este dominó se compone de 36 fichas rectangulares, cada una está dividida en dos espacios iguales en los que aparecen dos números racionales representados en dos de cuatro formas distintas: fracción, porcentaje, decimal o gráfico. Las 36 fichas cubren todas las combinaciones posibles de ocho números racionales diferentes $0, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, 1$. En la siguiente tabla pueden verse las relaciones empleadas para su construcción.

Fracciones equivalentes	Porcentaje	Decimal	Gráfico
$\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{20}{100}$	20%	0,2	
$\frac{1}{4}, \frac{25}{100}$	25%	0,25	
$\frac{1}{2}, \frac{50}{100}$	50%	0,5	
$\frac{3}{5}, \frac{6}{10}$	60%	0,6	
$\frac{3}{4}, \frac{75}{100}$	75%	0,75	
$\frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{16}{20}, \frac{80}{100}$	80%	0,8	
$1, \frac{2}{2}, \frac{5}{5}, \frac{100}{100}$	100%	1	

La motivación de los estudiantes para jugar con el dominó dependerá de las claridades que tengan frente a la representación de los racionales y a las equivalencias entre fracciones, de no ser así, podrán mostrarse desanimados. Por ello, este taller se implementó como una de las actividades finales de la experiencia de aula para mejorar la enseñanza de los números fraccionarios.

Además, se realizaron dos "Concéntrese" como actividad previa a la aplicación de este taller, en el cual los estudiantes tenían que encontrar la "pareja equivalente" de un número racional. Cada "Concéntrese" se formó con 8 parejas de números racionales en representaciones distintas, pegadas en el tablero y cubiertas por hojas de cartulina numeradas del 1 al 16. Los estudiantes elegían por turnos dos números cualquiera para irlas destapando, las parejas acertadas se dejaban descubiertas y las demás seguían en juego hasta que todas quedaran visibles. A continuación se muestran las parejas equivalentes empleadas con sus respectivas claves y algunas fotos del desarrollo de esta actividad.

CONCÉNTRESE NÚMERO 1

PAREJA EQUIVALENTE		CLAVE: PAREJA NÚMEROS	
$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{16}$	10	12
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{9}$	5	8
$\frac{2}{4}$	$\frac{6}{12}$	1	13
$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10}$	14	16
$\frac{6}{6}$	1	4	11
$\frac{4}{6}$		2	15
$\frac{5}{6}$		3	6
Cede el turno	*Cede el turno*	7	9

CONCÉNTRESE NÚMERO 2

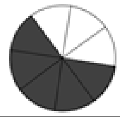
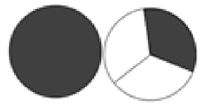
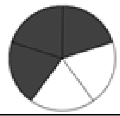
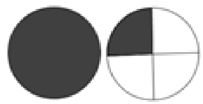
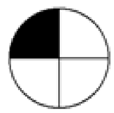
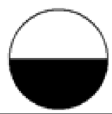
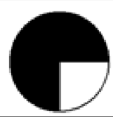
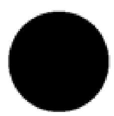
PAREJA EQUIVALENTE		CLAVE: PAREJA NÚMEROS	
$\frac{5}{8}$		1	16
$\frac{4}{3}$		5	13
$\frac{3}{5}$		4	10
$\frac{5}{4}$		3	6
25%		11	14
50%		2	9
75%		12	15
100%		7	8

Foto 4.28: "Concéntrese" de Números Fraccionarios

Foto 4.29: La pareja equivalente $\frac{2}{4}$ y $\frac{6}{12}$ en el "Concéntrese"

Foto 4.30: La pareja equivalente 50% y su representación gráfica en el “Concéntrese”

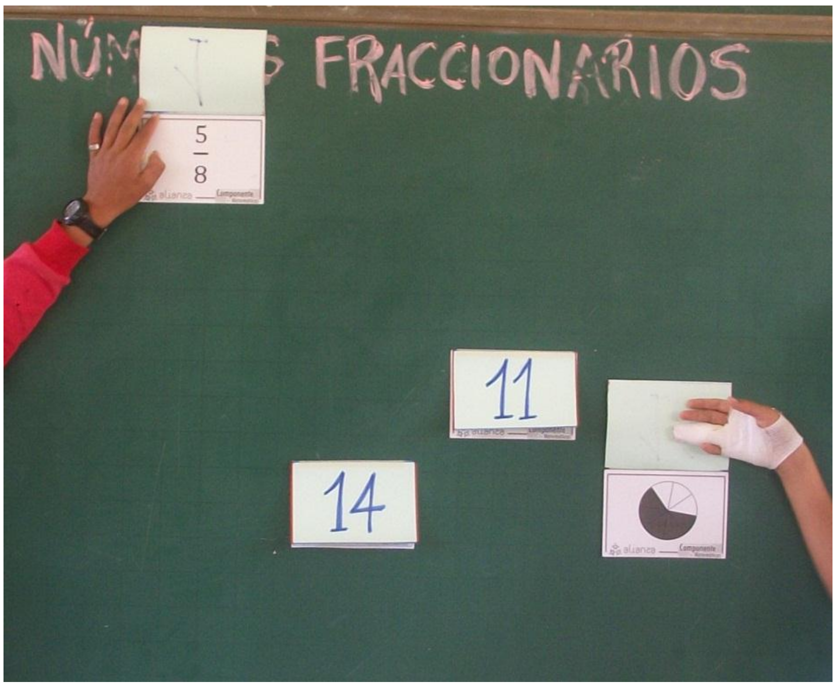


Foto 4.31: La pareja equivalente $\frac{5}{8}$ y su representación gráfica en el “Concéntrese”

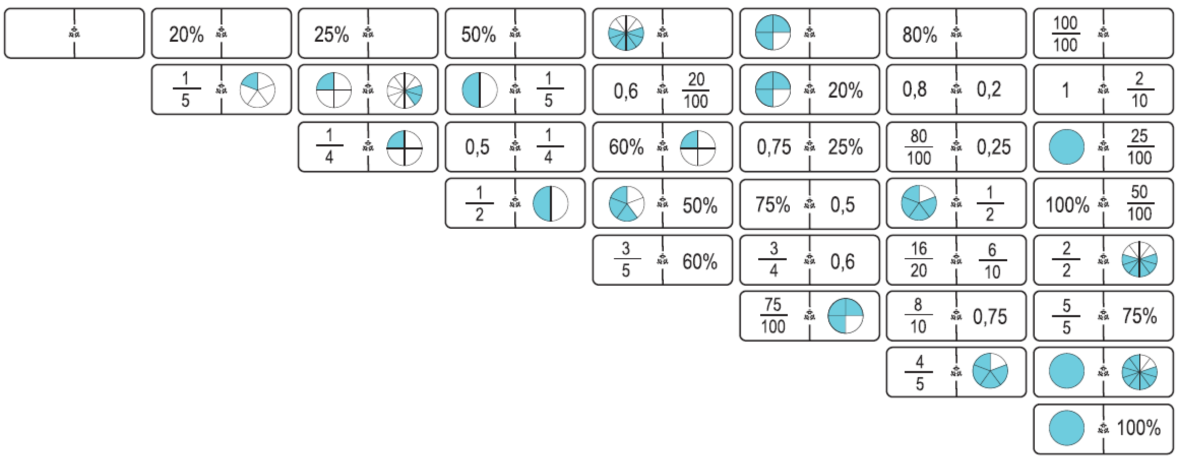
Cabe resaltar que antes de iniciar el juego se familiarizó a los estudiantes con el uso del dominó tradicional de 28 fichas. Asimismo, en la conformación de los equipos se tuvo el cuidado que hubiesen jugadores que conocieran la manera como se juega el dominó y explicaran a sus competidores antes de comenzar a jugar.

Descripción del juego

Número de jugadores: Participan máximo seis estudiantes por juego, cada uno con seis fichas.

Objetivo: Alcanzar una puntuación igual o superior a 8 unidades jugando las rondas que sean necesarias. El jugador que gana una ronda suma los números racionales (puntos) de las fichas de los oponentes que no han sido jugadas y las registra. Gana el primero que alcance la meta fijada.

Materiales: 36 fichas rectangulares que componen el juego de dominó. A continuación se presentan estas fichas organizadas en escala.

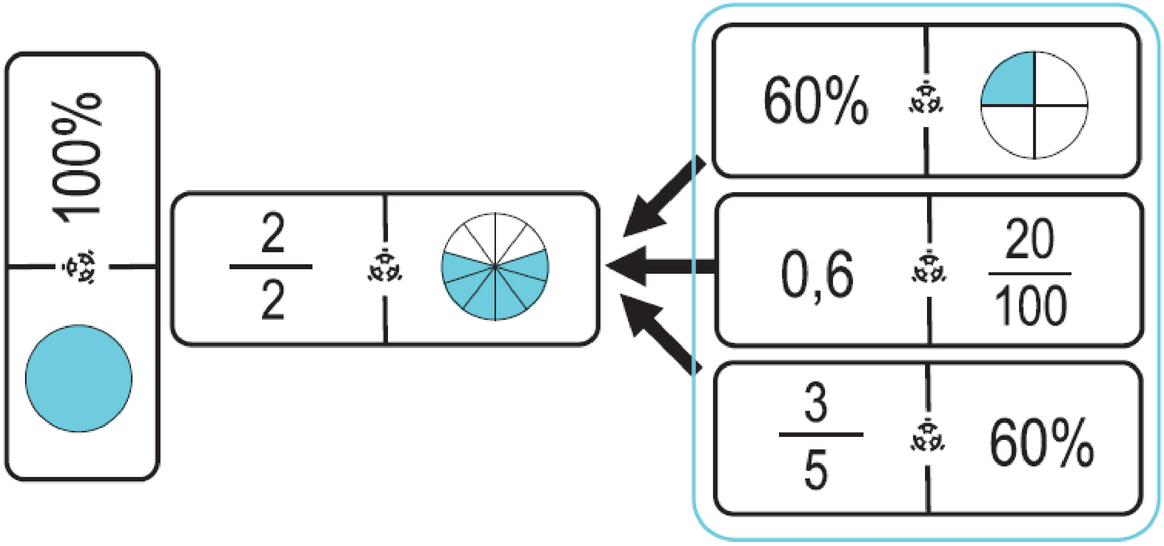


Reglas:

- Las 36 fichas se ubican boca abajo sobre el piso o una mesa (ningún jugador debe ver los números) y se revuelven. Cada jugador elige al azar 6 fichas y se asegura que nadie las vea (si el número de jugadores es diferente de 6, las 36 fichas se reparten de manera equitativa y las restantes quedan para el arrastre).

- El jugador que tenga la ficha con doble representación del número racional 1 es el primero en jugar. Ubica la ficha sobre la mesa o en el piso de tal forma que se todos la vean. El siguiente jugador es quien se encuentre a la derecha del primero.

- Cuando un jugador está en su turno, coloca una ficha siempre y cuando uno de los dos números que ésta contiene, coincida con alguno de los números ubicados en los extremos del juego. Hay que recordar que un mismo número tiene 4 representaciones distintas: fracción, decimal, porcentaje o gráfica; por ejemplo, en la siguiente imagen se indica que cualquiera de las tres fichas encerradas en el rectángulo puede ubicarse al lado del círculo ya que en todas hay representación del mismo número racional.



- Las fichas “dobles” como (3/5,60%), (1, 100%) deben ubicarse de forma vertical.

- Cuando un jugador no tiene fichas para poner en alguno de los dos extremos, arrastra una, de lo contrario, cede el turno.

- El juego continúa hasta que uno de los jugadores se queda sin fichas para ubicar sobre la mesa o el piso. Cuando un jugador coloca la última ficha se convierte en el ganador de la ronda. El juego se “cierra” cuando a pesar de que todos los jugadores tienen fichas, ninguno puede ponerlas en el juego. Esto pasa cuando queda el mismo número ubicado en los extremos y las 8 fichas que lo contienen ya fueron jugadas; gana la ronda el jugador que al sumar las fichas con las que quedó, obtenga la menor cantidad.

- Las rondas siguientes inician con el ganador de la ronda anterior. Dicho jugador elige cualquiera de sus fichas para comenzar.

Observaciones:

4 de los 5 equipos conformados debieron realizar entre cinco y siete rondas para que uno de sus jugadores alcanzara la meta fijada de mínimo ocho unidades y convertirse en el ganador del juego. Se percibió considerables avances en la identificación de fracciones equivalentes y en el reconocimiento de las diferentes formas de representar un número racional. Sin embargo, fue necesario intervenir en varias ocasiones en uno de los momentos más importantes de la actividad, en el cual los ganadores de cada ronda debían calcular los puntos ganados resolviendo normalmente sumas de fracciones heterogéneas.

Para desarrollar este proceso una parte de los estudiantes acudió directamente a la representación gráfica, tanto de los números fraccionarios, como de los números decimales y porcentajes exhibidos por las fichas de los oponentes que no han sido jugadas, pues para ellos fue más fácil visualizar de esta manera la magnitud de las cantidades a sumar y encontrar así su resultado. Otros optaron por encontrar las fracciones equivalentes con denominador 100 de todos los números racionales involucrados en la suma y resolver esta operación con fracciones homogéneas.

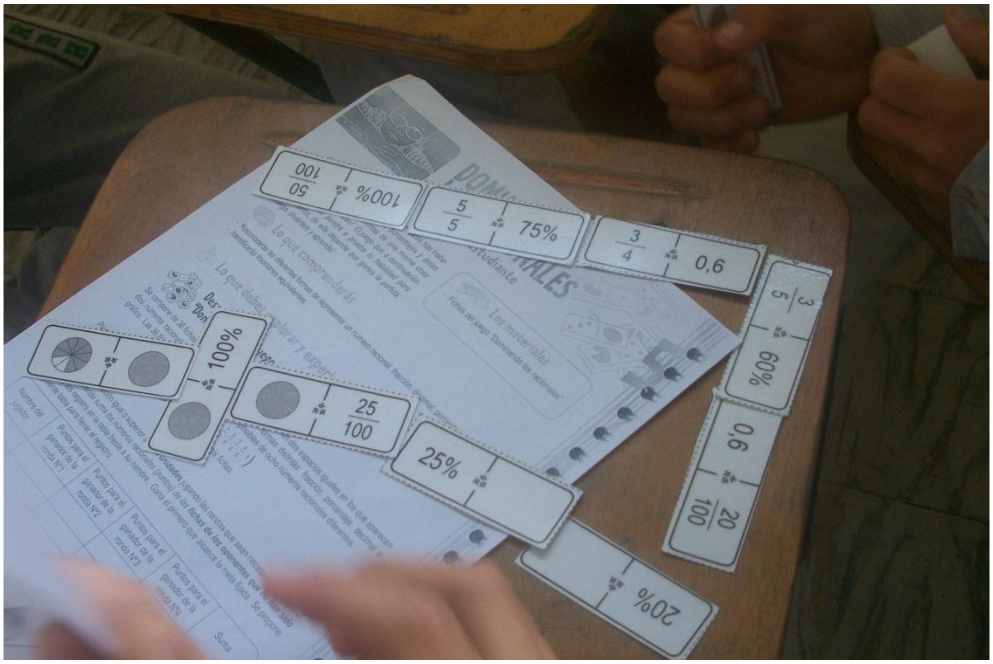


Foto 4.32: Primer ejemplo de la forma como los estudiantes juegan el dominó

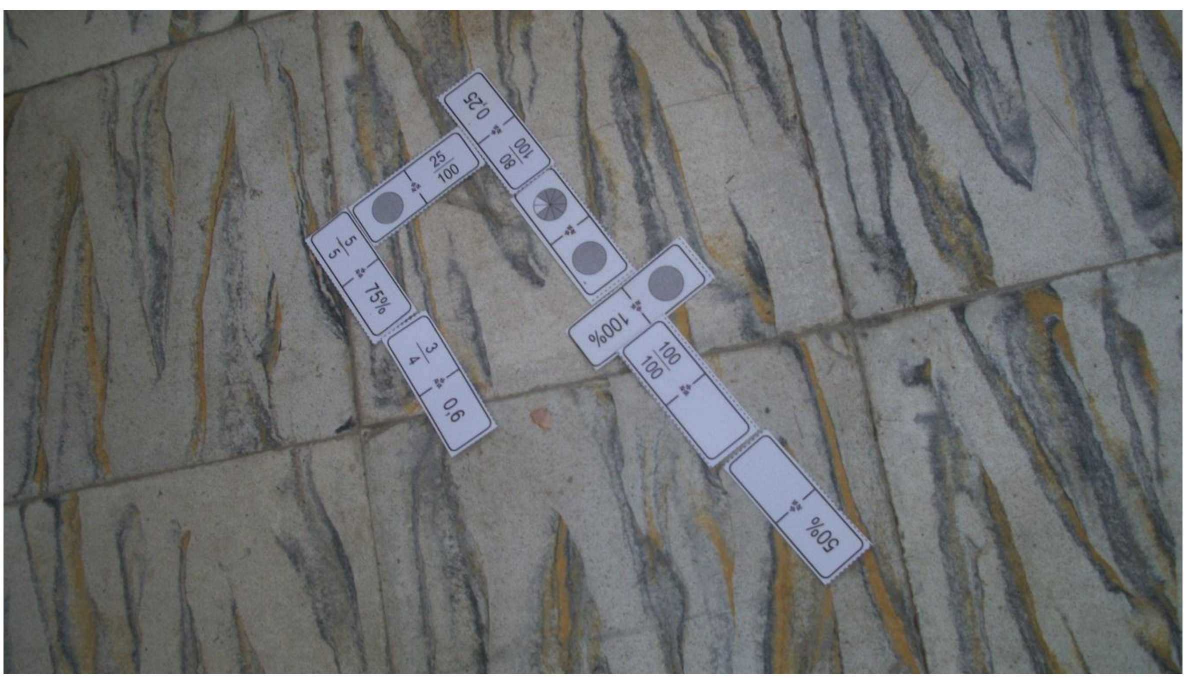


Foto 4.33: Segundo ejemplo de la forma como los estudiantes juegan el dominó

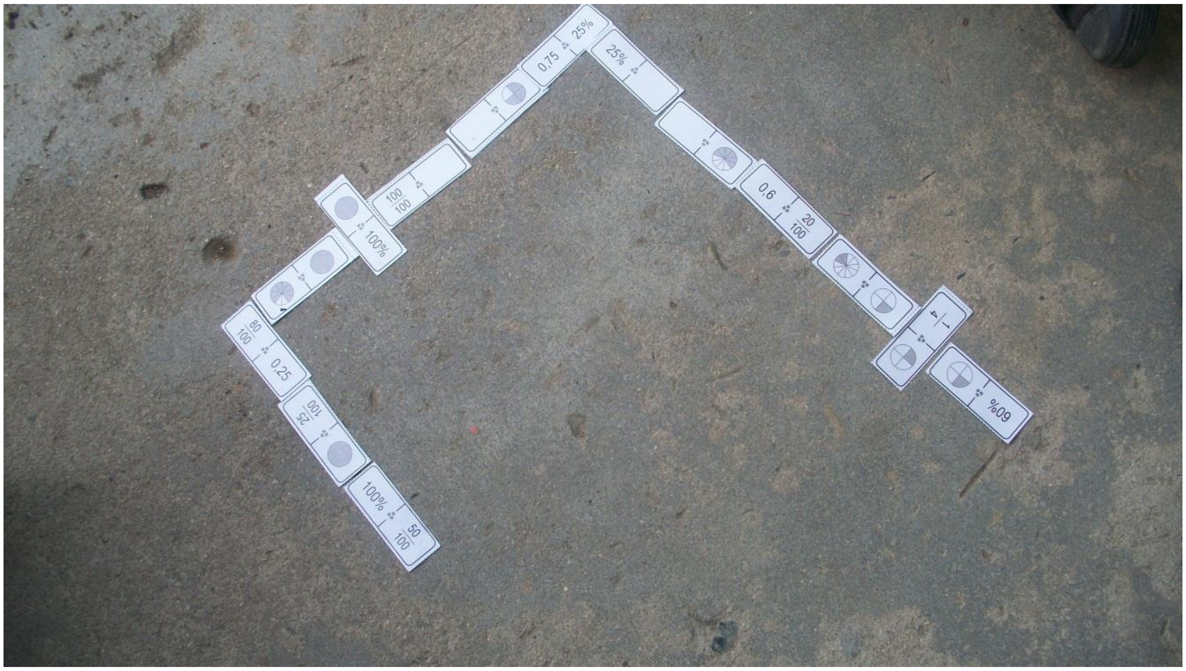


Foto 4.34: Tercer ejemplo de la forma como los estudiantes juegan el dominó

El material empleado en la realización del juego del dominó facilitó el aprendizaje y reconocimiento de las distintas formas de representar un número racional. Se lograron avances en la utilización de la notación decimal para expresar fracciones y en su relación con la representación en términos de porcentajes. El uso de gráficos fue clave en el logro de estos aprendizajes, al igual que en la consecución de las sumas de los números racionales plasmadas en el objetivo del juego.

La interpretación y conceptualización de las fracciones en un contexto de medición y comparación se constituyó en uno de los logros más significativos de esta actividad, lo cual es fundamental para los estudiantes entender que este conjunto numérico se deriva, cuando lo que se mide no es un múltiplo entero de veces la unidad patrón de medida usada.

La actitud de los estudiantes del grupo para el desarrollo de este taller fue muy positiva y se manifestó en el interés y el deseo de ser los ganadores del juego. Los recursos educativos utilizados favorecieron las condiciones de trabajo y propiciaron un aprendizaje alegre, motivante y enriquecedor. Además, la dinámica propuesta estimuló la creatividad y el desarrollo de procesos de pensamiento numérico.

4.6. Taller 6: Aprendiendo Números Fraccionarios En La Plataforma Moodle

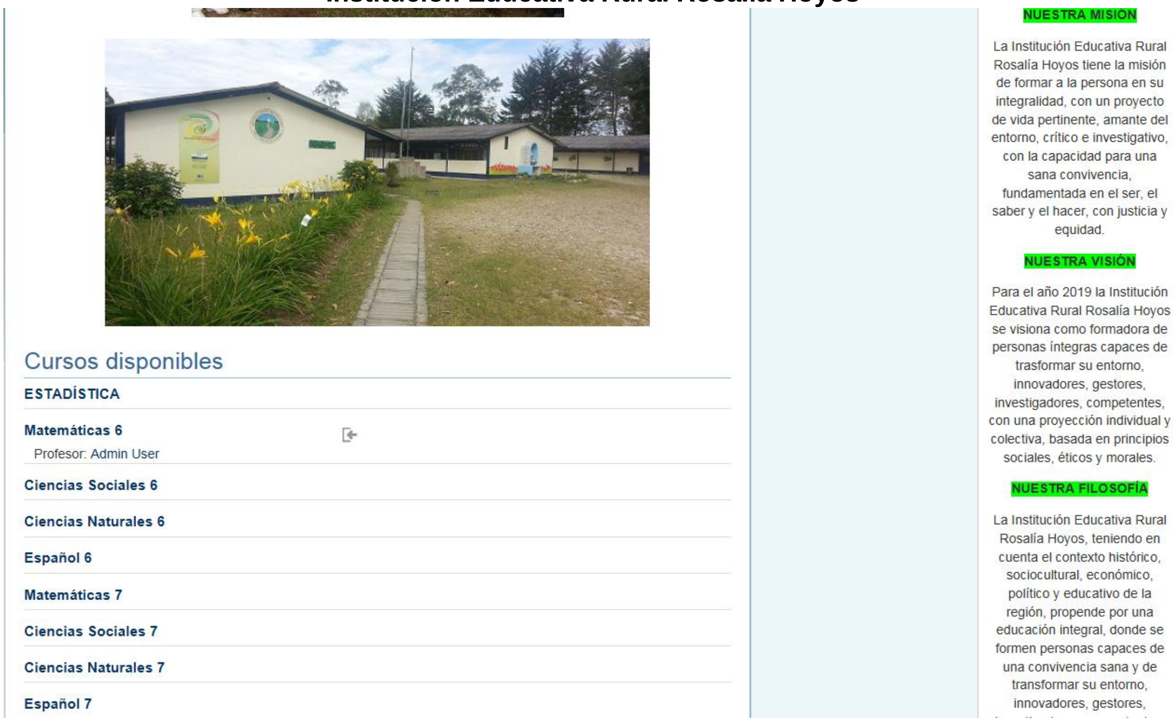
Moodle es una plataforma educativa de libre distribución que permite la creación de cursos o asignaturas por los docentes y que aglutinan los servicios necesarios para dar soporte a una enseñanza interactiva a través de internet. Este tipo de plataformas tecnológicas que ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea también se conocen como LMS (Learning Management System) o Sistemas de Gestión de Aprendizaje.

El objetivo de este taller fue facilitar un ambiente educativo virtual en el que los estudiantes revisen y fortalezcan conceptos fundamentales de los números fraccionarios como su significado, representación y equivalencia, así como sus operaciones básicas de suma y resta.

Los estudiantes ingresaron a la plataforma como usuarios invitados digitando la dirección http://maescentics.medellin.unal.edu.co/~jdvarga0/moodle. En la página principal encontraban un mensaje de bienvenida, los cursos ofrecidos por categorías y la información importante de la institución educativa como NIT, DANE, resoluciones, dirección, teléfono, misión, visión, filosofía.

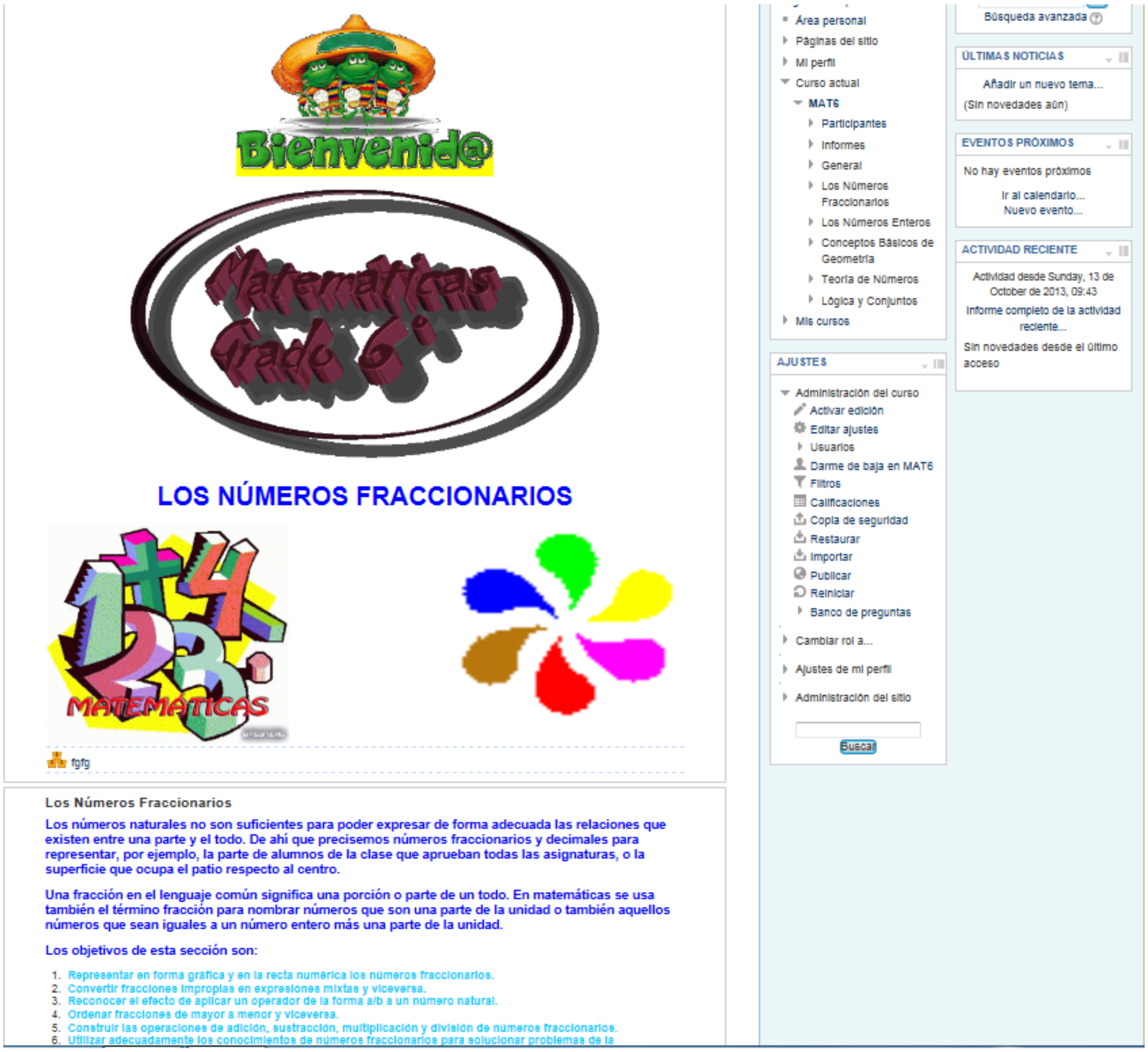
Primera Imagen de la Página Principal de la Plataforma Educativa Virtual Moodle de la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos

Segunda Imagen de la Página Principal de la Plataforma Educativa Virtual Moodle de la Institución Educativa Rural Rosalía Hoyos



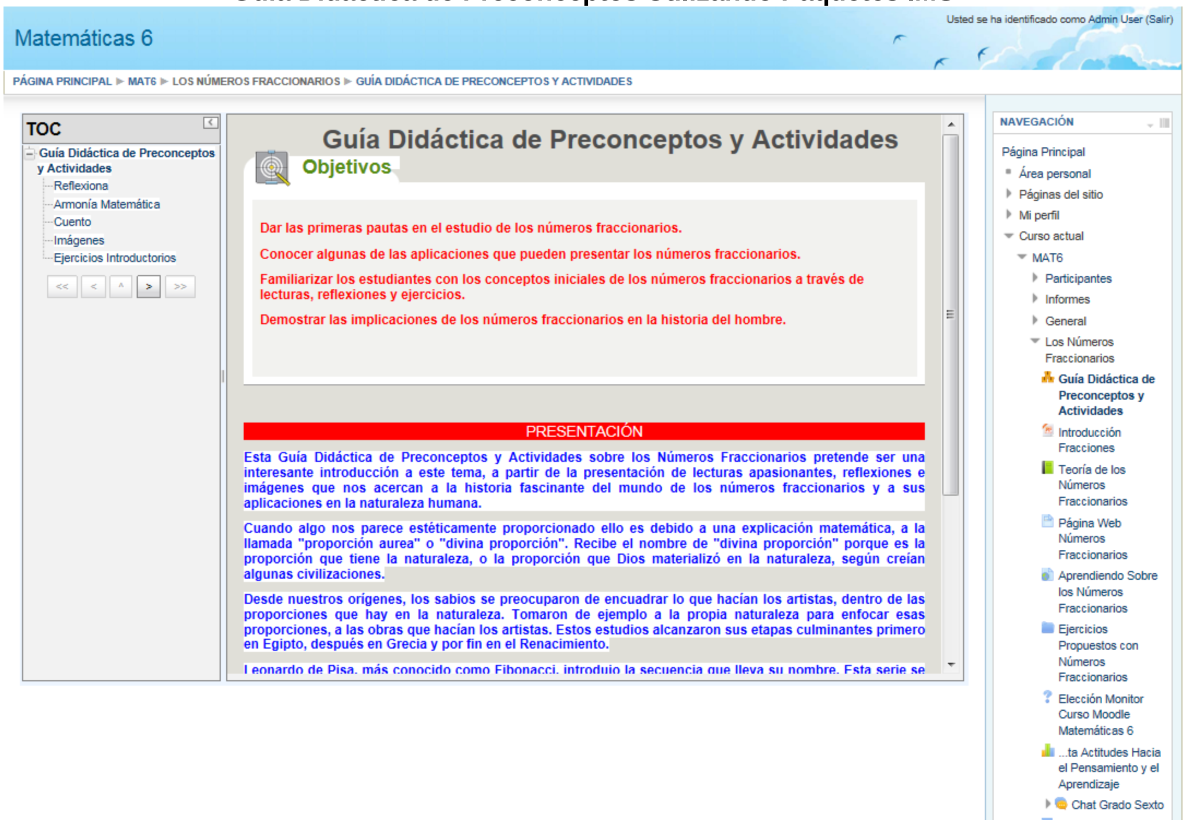
En el curso “Matemáticas 6” está ubicada la sección denominada “Los Números Fraccionarios” que contiene una presentación de este tema, los objetivos y los recursos propuestos a los estudiantes para su aprendizaje. A pesar que la institución cuenta con una cantidad suficiente de computadores para un trabajo individual, fue necesaria la conformación de parejas, ya que es prácticamente imposible navegar en internet con más de 15 máquinas conectadas por la baja capacidad de instalación. Además, fue necesario disponer de dos sesiones de clase, cada una de dos horas, para que los estudiantes pudieran interactuar con todas las herramientas y aplicaciones habilitadas de la plataforma educativa.

Presentación de la Sección “Los Números Fraccionarios” en el Curso “Matemáticas 6”

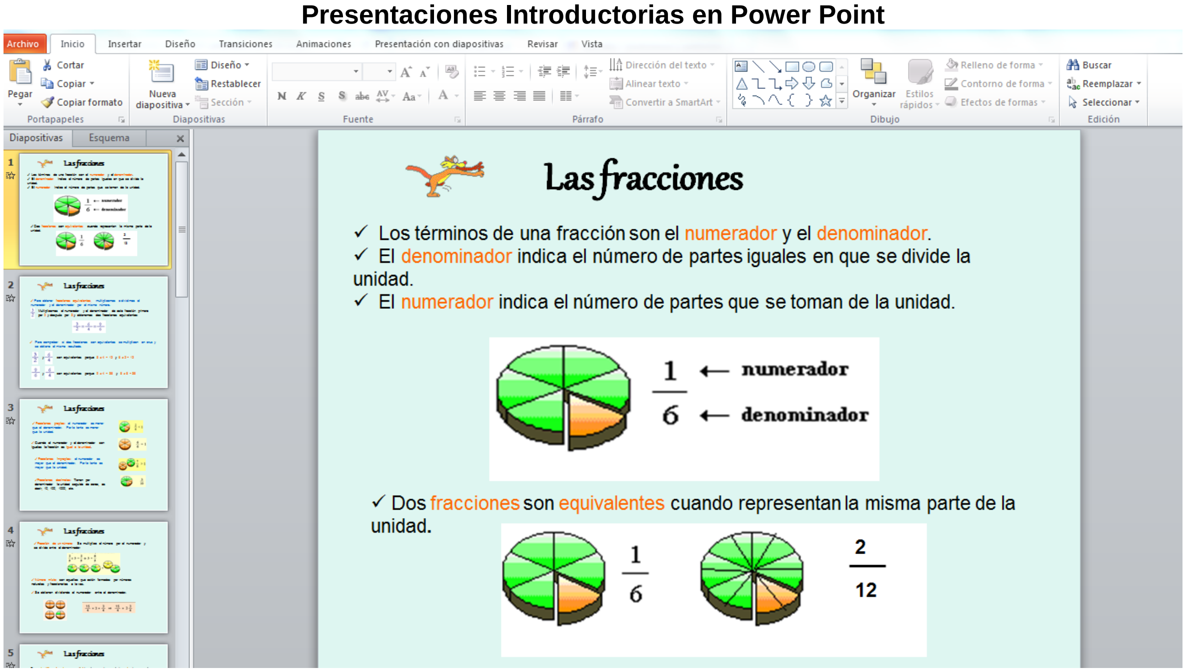


Entre los recursos presentados a los estudiantes sobre los números fraccionarios en la plataforma moodle se pueden visualizar:

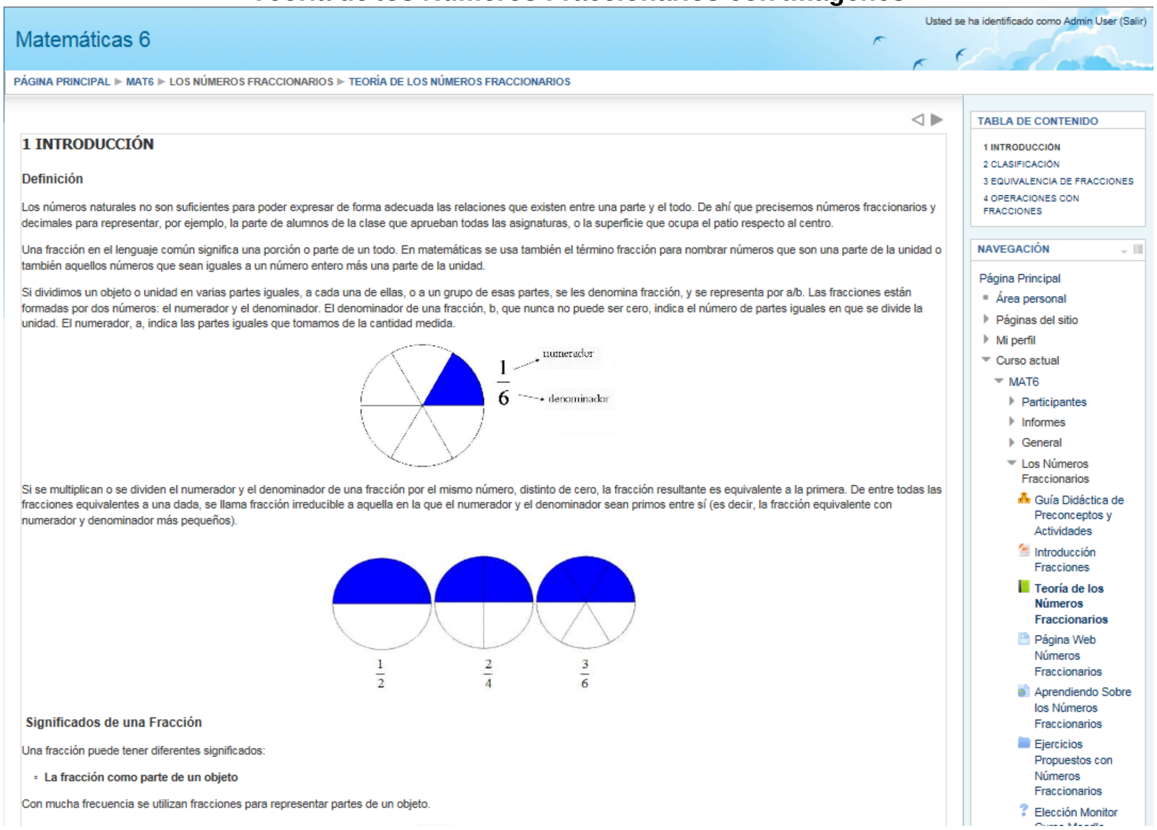
Guía Didáctica de Preconceptos Utilizando Paquetes IMS



Presentaciones Introductorias en Power Point



Teoría de los Números Fraccionarios con Imágenes

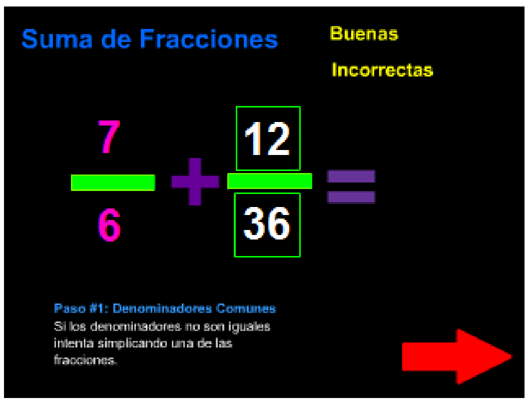


Videos tomados de la página de youtube correspondientes a 6 episodios de lecciones animadas para entender conceptos fundamentales de los números fraccionarios

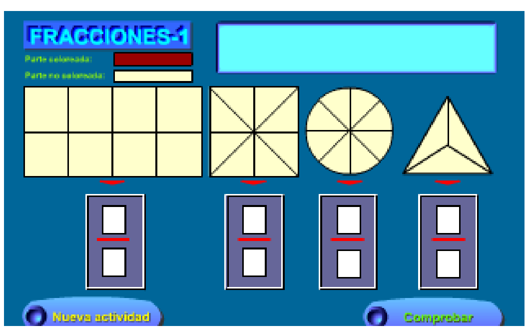
Primera imagen de las animaciones tomadas de diferentes páginas de internet para jugar y al mismo tiempo aprender números fraccionarios

Las siguientes páginas contienen interesantes animaciones, en las cuales puedes jugar y al mismo tiempo aprender números fraccionarios:

Tomado de: www.vedoque.com/juegos/matematicas-04-fracciones.swf"



Tomado de: www.salonhogar.com/matemat/practica/fracciones.swf



Segunda imagen de las animaciones tomadas de diferentes páginas de internet para jugar y al mismo tiempo aprender números fraccionarios

Tomado de: www.genmagic.net/mates4/ser4c.swf

Tomado de: www.juntadeandalucia.es/averroes/ies_azahar/MATEMATICAS1/fracciones/menu.swf

Tomado de: e-learningforkids.org/Courses/EB/M0901/mathMarket_Spanish.swf

Este taller sugiere que el uso de tecnología favorece el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo cual se manifiesta en el entusiasmo de los estudiantes al abordar los conceptos expuestos de los números fraccionarios.

Es importante anotar que estudiantes que normalmente son pasivos en clase, durante el taller con la plataforma cambiaron su actitud y al menos trabajaron dentro de sus capacidades y destrezas.

El trabajo de diseño de un curso virtual educativo es muy amplio y se necesita dedicarle importante cantidad de tiempo para su elaboración y aplicación. Sin embargo, el tiempo dedicado se encuentra compensado claramente al momento de desarrollar las diferentes clases prácticas o teóricas, ya que en las mismas se pueden mostrar una gran cantidad de ejemplos y situaciones problemáticas que en otras condiciones sería imposible implementar.

CAPÍTULO 5: RESULTADOS

Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando El Tangram

El 66,7% de los estudiantes lograron completar correctamente la tabla correspondiente a la primera actividad sobre fraccionar el tangram para determinar el área de cada una de sus piezas tomando como unidad de medida el cuadrado original, mientras el 53,3% consiguieron resultados satisfactorios en la segunda actividad donde se debía establecer equivalencias de fracciones y relaciones de orden basadas en la comparación y equivalencia de áreas entre algunas figuras del tangram.

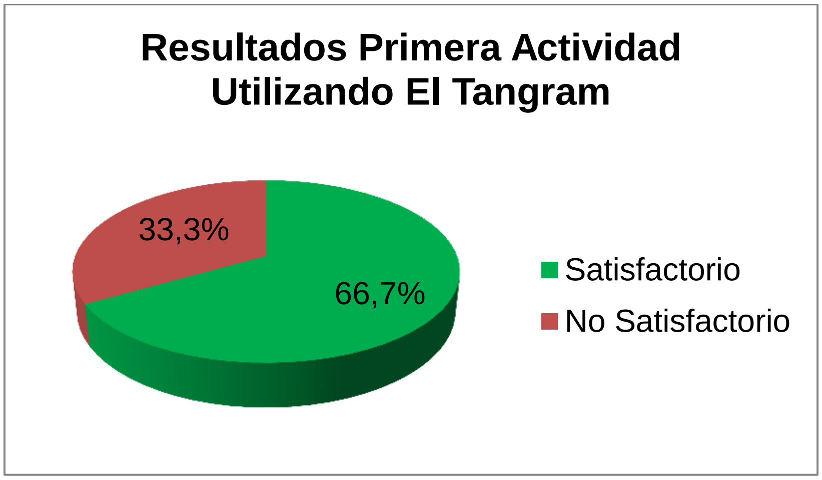


Gráfico 5.1: Resultados Primera Actividad Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando El Tangram

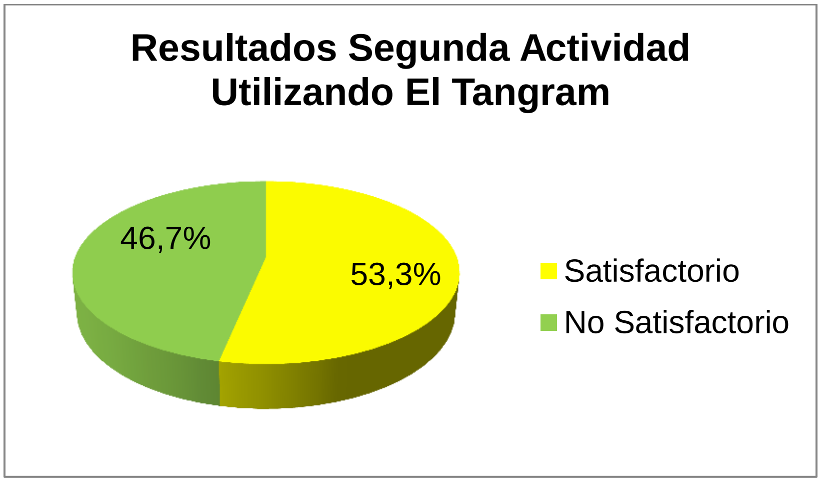


Gráfico 5.2: Resultados Segunda Actividad Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando El Tangram

14 estudiantes (46,7%) resolvieron en forma acertada las actividades 3 y 4 correspondientes a las operaciones suma, resta, multiplicación y división de

fracciones, utilizando la recomposición y la descomposición de las figuras del tangram y los resultados obtenidos en la tabla de la primera actividad.

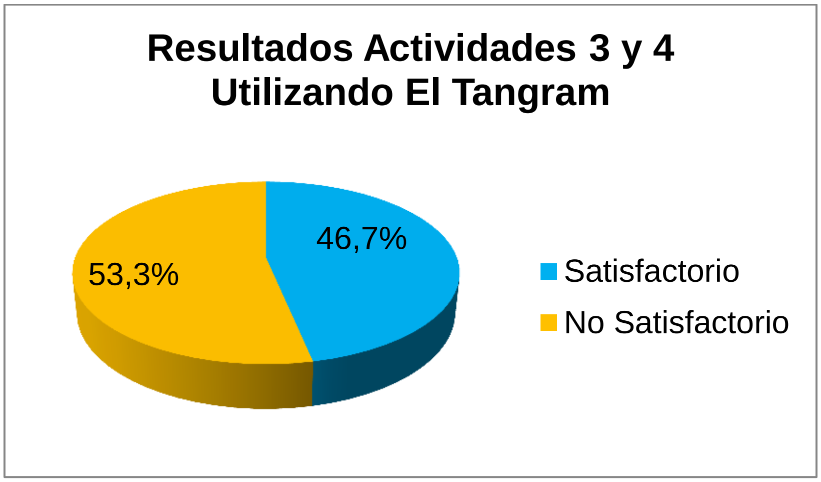


Gráfico 5.3: Resultados Actividades 3 y 4 Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando El Tangram

Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Las Regletas De Cuisenaire

Todos los integrantes del grupo relacionaron apropiadamente el volumen de las regletas con el volumen de la regleta color madera (Actividad 1). Sin embargo, no definieron su forma. Además, 20 estudiantes (66,7%) establecieron adecuadamente las relaciones existentes entre las regletas basados en la cantidad de veces que contenían la regleta color madera (Actividad 2).

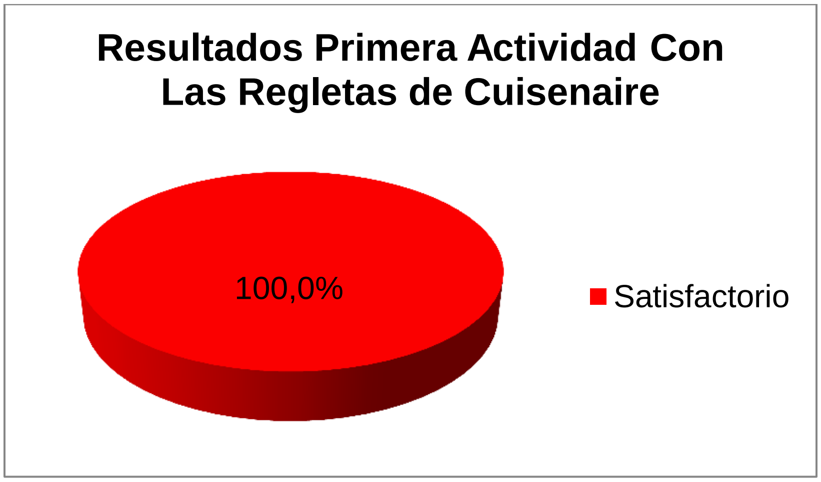


Gráfico 5.4: Resultados Primera Actividad Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Las Regletas de Cuisenaire

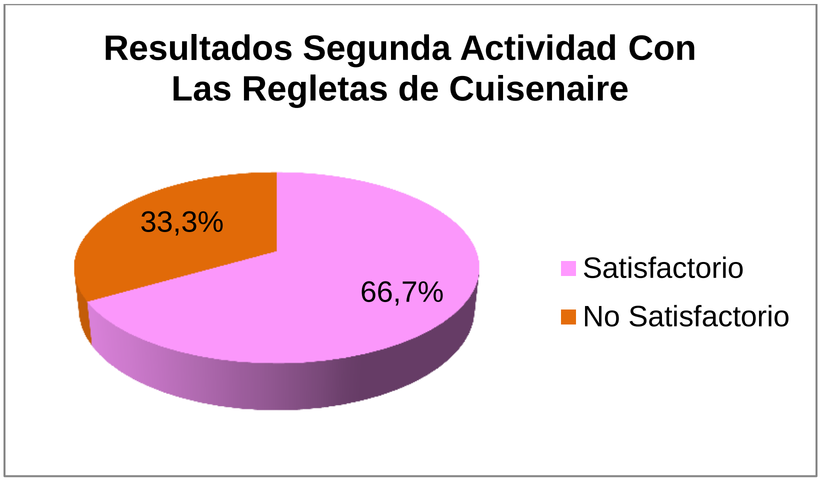


Gráfico 5.5: Resultados Segunda Actividad Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Las Regletas de Cuisenaire

El 73,3% de los estudiantes determinaron correctamente el volumen de cada una de las regletas presentadas en la tabla de la tercera actividad (tomando como unidad de medida la regleta color naranja), definieron fracciones equivalentes a partir de la comparación de medida entre las regletas y resolvieron las diferentes operaciones entre números fraccionarios de forma similar con gran facilidad.

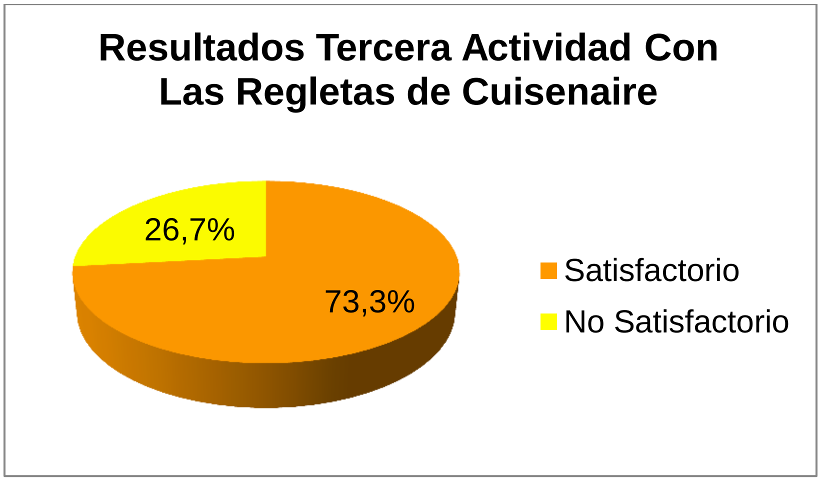


Gráfico 5.6: Resultados Tercera Actividad Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Las Regletas de Cuisenaire

Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Tortas Fraccionarias

Los ejercicios de ordenamiento de fracciones de menor a mayor y determinación de fracciones equivalentes correspondientes a la primera actividad de reconocimiento de las tortas de fraccionarios fueron resueltos de manera adecuada por el 86,7% de los estudiantes. Por su parte, 18 integrantes del grupo (60%) encontraron al menos una forma de completar la unidad (torta) utilizando las fracciones y condiciones expuestas en la segunda actividad de este taller.

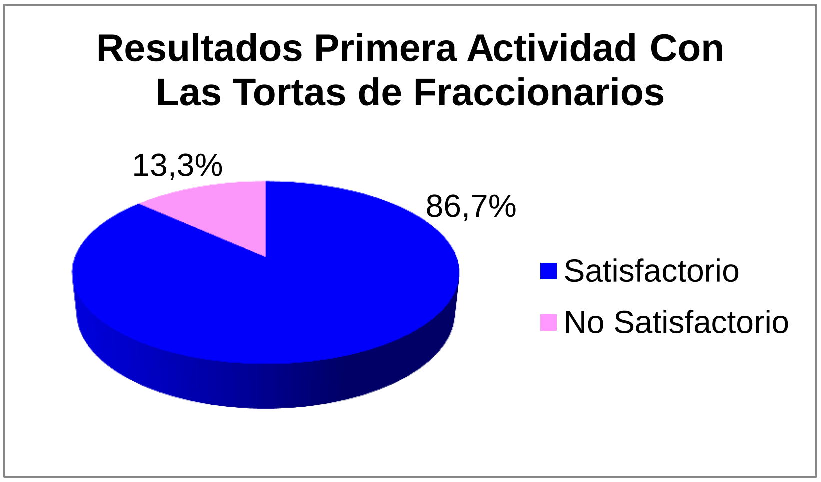


Gráfico 5.7: Resultados Primera Actividad Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Tortas Fraccionarias

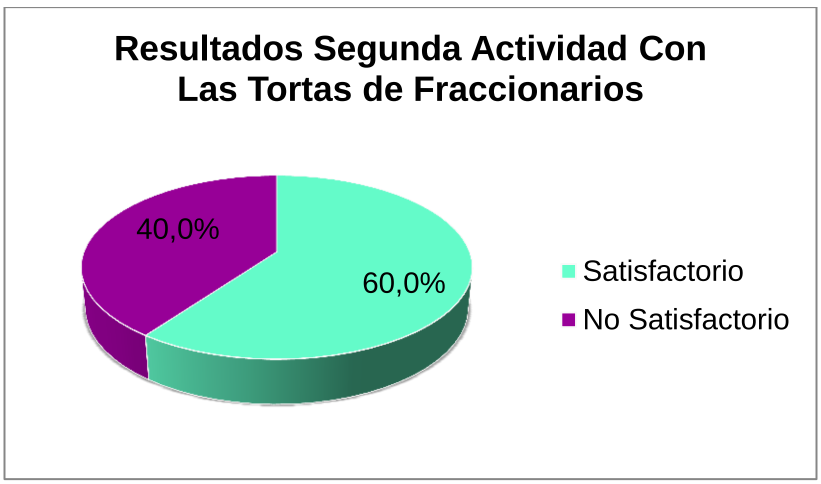


Gráfico 5.8: Resultados Segunda Actividad Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Tortas Fraccionarias

Todos los estudiantes participaron activamente en las dos aplicaciones del juego "Completa la torta". Durante el desarrollo de esta actividad recreativa, cada equipo logró encontrar aproximadamente 6 tortas con piezas diferentes, mientras que su ganador normalmente formó la mitad de dichas tortas.

Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Carrera De Fracciones

Los 30 estudiantes del grupo participaron de este juego. Cinco equipos de los siete que fueron conformados exhibieron un buen desempeño durante el desarrollo del juego, es decir, el 71,4% de los equipos realizaron una adecuada distribución de movimientos, partiendo de un proceso de medición de distancias iguales o fracciones equivalentes combinadas en las seis pistas presentadas en el tablero de carreras.

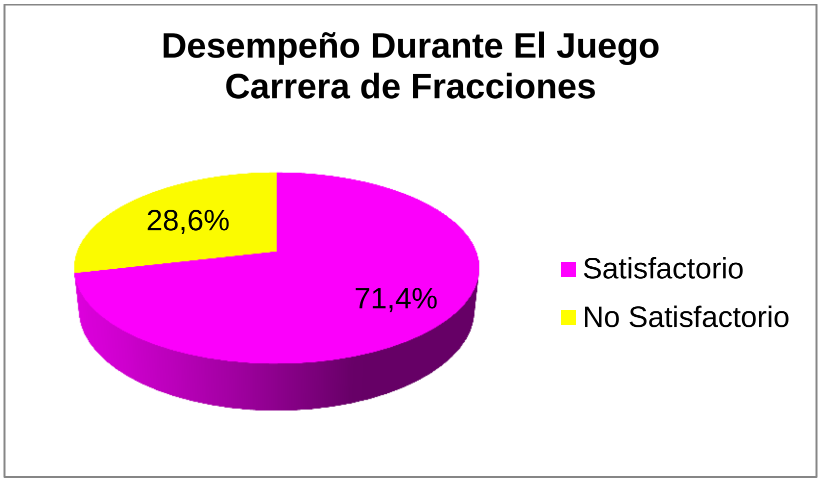


Gráfico 5.9: Desempeño de los Estudiantes Durante El Juego Carrera de Fracciones

Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Dominó

De forma similar a la carrera de fracciones, el 100% de los estudiantes participaron activamente en el juego con el dominó. Cuatro de los cinco equipos conformados (80%) mostraron durante las diferentes rondas jugadas una apropiada asimilación de las reglas del dominó y un reconocimiento significativo de las distintas formas de representar un mismo número racional. Igualmente, dichos equipos calcularon en forma acertada los puntos dados en cada ronda a su ganador resolviendo las sumas de fracciones mediante su representación gráfica y/o la obtención de fracciones decimales equivalentes con denominador 100.

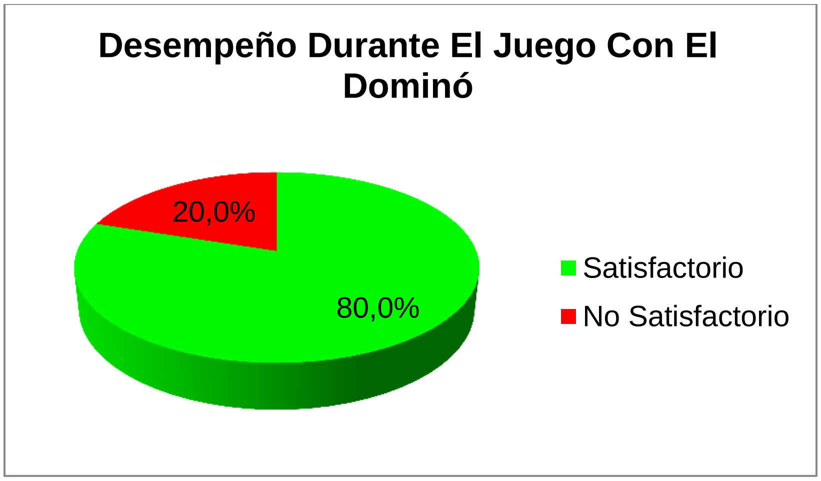


Gráfico 5.10: Desempeño de los Estudiantes Durante El Juego Con El Dominó

Aprendiendo Números Fraccionarios En La Plataforma Moodle

Se observó un creciente entusiasmo del grupo durante el desarrollo de este taller en la plataforma moodle, la cual presentó gran aceptación y atracción en todos los estudiantes. Al igual que en los juegos didácticos, el 100% de los integrantes del grupo participaron en forma dinámica y activa, incluso los estudiantes que en una clase tradicional no muestran interés ni hacen nada productivo, estuvieron dispuestos a visualizar las presentaciones y los videos expuestos en la plataforma y a divertirse con las animaciones interactivas de los números fraccionarios. Sin embargo, se debe procurar no abusar de esta herramienta, pues de lo contrario se corre el peligro de que pierda su gran atractivo.

Los ambientes educativos virtuales son muy útiles para atender la diversidad en las aulas de clase, ya que cada estudiante puede desenvolverse a su ritmo natural de trabajo y muchas actividades pueden ajustarse a distintos niveles de dificultad. Además, permiten tener trabajando a todos los estudiantes, cada uno dentro de sus habilidades y aptitudes.

CAPÍTULO 6: ANÁLISIS DE RESULTADOS

La implementación de las clases interactivas que pretendía mejorar la manera de enseñar las operaciones suma y resta números fraccionarios en el Grado Sexto de la I.E.R. Rosalía Hoyos arrojó resultados muy interesantes y significativos, tanto en el desarrollo de las actividades propuestas en los talleres ejecutados como en la manera de ver y percibir el estudio de los números fraccionarios.

Los estudiantes manifestaron un cambio de actitud frente al tema de los números fraccionarios, es decir, transformaron sus actitudes negativas en positivas, de tal manera que presentaron conductas apropiadas como “yo soy capaz”, “yo quiero hacerlo”, “esto está muy fácil” para obtener logros deseables. En consecuencia, mostraron menos miedo al error y a equivocarse. La autoconfianza adquirida por los estudiantes frente al proceso de aprendizaje de este núcleo temático, fomentó la creatividad, la abstracción y la imaginación para la solución de problemas.

Este cambio de actitud debido al uso de material tangible, el empleo de juegos didácticos y la interacción con la plataforma moodle, se vio reflejado en una mayor capacidad de concentración de los estudiantes y permitió el desarrollo de las situaciones-problema planteadas con más facilidad. El grupo mejoró notablemente su participación y disciplina durante el desarrollo de las clases. Se incrementó la atención, el interés y el gusto por solucionar los talleres y las actividades propuestas para el estudio de las operaciones suma y resta de números fraccionarios.

Otro aspecto importante a destacar es que la utilización de material manipulativo y juegos cercanos al entorno de los estudiantes, les permitió una mejor comprensión e interpretación de las actividades a ejecutar que las tradicionalmente expuestas en los textos guía, más abstractas y difíciles de resolver para ellos. Además, se sintieron motivados a trabajar en equipo, lo cual generó un buen desempeño en los diferentes talleres propuestos.

Dos de cada tres estudiantes lograron establecer relaciones de áreas entre cada una de las piezas y el cuadrado original del tangram como unidad de medida, reconociendo algunas fracciones básicas. Lo anterior, para haber sido la primera actividad de introducción al tema de las fracciones, se convierte en un resultado importante en esta experiencia de aula.

Los estudiantes relacionaron sin ningún problema el volumen de todas las regletas de Cuisenaire con el volumen de la regleta color madera, lo cual indica un buen manejo del conjunto de los números naturales y de sus relaciones de orden a partir de la comparación de tamaños de este material.

Las relaciones de orden de las fracciones fueron mejor asimiladas utilizando las tortas de fraccionarios, ya que la comparación de tamaños se hizo fácilmente a partir de la superposición y visualización directa de las piezas con su respectiva medida en términos de una fracción.

Los conceptos fundamentales de los números fraccionarios fueron mejorando a medida que se implementaron los talleres con material didáctico. Puede verse un mejoramiento significativo en la noción de fracciones equivalentes, el cual es fundamental para comprender el modo de resolver las operaciones suma y resta con números fraccionarios. Según los resultados obtenidos se pasó de un desempeño satisfactorio de 53,3% utilizando el tangram a un 73,3% con el uso de las regletas de Cuisenaire y a un 86,7% empleando las tortas de fraccionarios.

También fue notable el mejoramiento en los resultados para sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones utilizando las regletas de Cuisenaire en comparación con el tangram, pues se pasó de un desempeño satisfactorio del 46,7% al 73,3%.
Por su parte, la formación de la unidad a partir de la unión o suma de algunos pedazos de torta fue resuelta con gran facilidad por una buena parte de los estudiantes (60%). Sin embargo, sólo 6 estudiantes encontraron más de una forma de hacer este proceso con las condiciones especificadas.

El mejor escenario para el trabajo del concepto de fracción como medida y sus equivalencias se presentó en el juego con la pista de carreras, ya que se percibió el tamaño de cada pedazo de pista en forma directa, se visualizaron de forma comparativa los diversos tramos y se confrontaron los segmentos mediante el uso de la regla. Por lo anterior, la noción de equivalencia resultó más fácil de introducir a través de representaciones gráficas y el concepto de área.

Se presentaron dificultades para resolver las sumas de fracciones en el juego del dominó, cuando ya no se disponía de material manipulativo como el tangram, las regletas de Cuisenaire o las tortas de fraccionarios. Esto reafirma el difícil tránsito en las matemáticas de lo concreto a lo abstracto, y la necesidad de enfatizar para esta clase de experiencias en la manipulación mental del material en ausencia física del mismo para poder pasar a la abstracción, la cual es fundamental en el desarrollo del pensamiento lógico.

Para evaluar el impacto del uso de la herramienta moodle en el estudio de los números fraccionarios se deben considerar los resultados cualitativos en cuanto a las actitudes de los estudiantes ante la inclusión de tecnologías informáticas diseñadas para el desarrollo de este tema. Desde el análisis de estos aspectos se puede decir que los estudiantes vieron en forma satisfactoria la utilización de esta plataforma educativa y algunos de ellos lo manifestaron con expresiones como: “Qué bueno es aprender con el computador” – “Ojalá nos trajeran más seguido a la sala de sistemas” – “Sería mejor que en todas las clases nos mostraran esas ayudas desde internet”.

Si bien el uso de la tecnología es atractivo para los estudiantes, se debe alternar las herramientas para no cansarlos y lograr cierto grado de expectativa para que se produzca el aprendizaje.

Como pudo constatarse durante el desarrollo de los talleres propuestos, esta experiencia de aula se basó en el uso de algunas fracciones muy comunes, debido a las limitaciones usuales que presenta todo material didáctico:

- Dieciseisavos, octavos, cuartos y medios con el tangram.
- Décimos, quintos y medios con las regletas de Cuisenaire.
- Doceavos, novenos, octavos, sextos, cuartos, tercios y medios con las tortas de fraccionarios.

Igualmente, los juegos desarrollados como completa la torta, el concéntrese, el dominó y la carrera de fracciones, focalizaron este tipo de fracciones y sus operaciones básicas de suma y resta. Lo anterior, implica que esta propuesta fue muy funcional en lo que se refiere a los fines prácticos de la enseñanza de los números fraccionarios, ya que lo fundamental era la estructuración conceptual que está inmersa en este importante conjunto numérico y el desarrollo de procesos lógicos para su aprendizaje.

De hecho, Freudenthal (1973) citado en Linda Dickson (2003) ha aducido que no se debería introducir el proceso de adición de fracciones hasta que los estudiantes no fueran capaces de considerar los números fraccionarios en abstracto, esto es, como ejemplo de sistema numérico formal con propiedades algebraicas específicas. Esta afirmación supondría la introducción de las operaciones con fracciones hasta muy avanzada la educación básica secundaria, y que sería un porcentaje considerable de estudiantes quienes jamás llegarían a alcanzar el nivel necesario.

CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES

En los procesos de enseñanza es fundamental que los docentes realicen una adecuada planeación de clase, con actividades y preguntas orientadoras bien estructuradas, que conduzcan a sus estudiantes a convertirse en protagonistas de su propio aprendizaje y a interesarse por el conocimiento. El docente es el responsable de la generación de ambientes propicios para el intercambio de saberes y el desarrollo de procesos de pensamiento.

Muchas de las actuales prácticas educativas resultan insuficientes para estimular debidamente la creatividad, el razonamiento lógico y la adquisición de competencias matemáticas. Esto hace necesario una actitud renovada por parte del docente, que complemente las clases frontales que no son totalmente efectivas, con nuevas estrategias de enseñanza diferentes a las tradicionales.

La metodología de aula taller es una propuesta conveniente para la discusión de ideas, la comprensión de conceptos y la promoción del trabajo en equipo. Es una muy buena alternativa para motivar a los estudiantes a través de un aprendizaje activo, donde se reconoce que el conocimiento ya no es propiedad única del maestro, más aún en estos tiempos en que la información está al alcance de todos.

Más allá de proponer un trabajo en grupo o la conformación de equipos para realizar un taller o una actividad comunicativa en clase, el aprendizaje colaborativo facilita los procesos de aprendizaje porque los estudiantes llegan al aula con competencias diferenciadas. Las actividades colaborativas permiten ampliar el rango de interacción y trabajo en el aula y facilitan acercarse a un problema o una situación haciendo conexiones cognitivas o sociales de manera diversa y diferenciada lo que enriquece los procesos cognitivos, afectivos, comunicativos, y por supuesto la interacción social.

El aprendizaje colaborativo desarrolla la participación y la autonomía y los estudiantes no dependen exclusivamente del profesor para la construcción de conocimiento nuevo. Es decir, el aprendizaje colaborativo implica la conformación de pequeñas comunidades de aprendizaje que permite a los estudiantes confrontar sus propias percepciones, conceptos y necesidades con las del grupo, posibilita relacionar las metodologías y los contenidos, promueve la argumentación y la toma de decisiones.

Las estructuras conceptuales en el área de matemáticas son asimiladas con más facilidad cuando se relacionan con diversidad de situaciones, se vinculan con material manipulativo y se recrean con juegos didácticos. Además, un diagnóstico apropiado y el conocimiento de los presaberes de los estudiantes se tornan primordiales para la adquisición y comprensión de un concepto.

Los materiales concretos utilizados en esta experiencia de aula sirvieron como instrumentos motivadores para introducir, afianzar y consolidar algunos conocimientos fundamentales de los números fraccionarios. Entre ellos, cabe destacar el concepto de fracción como medida y relación parte-todo, la equivalencia de fracciones y las operaciones básicas en este importante conjunto numérico. Sin embargo, cada tipo de material o recurso posee unas restricciones impuestas por su naturaleza misma, es decir, su uso es limitado. Por ello, se hace imprescindible exigir que los estudiantes progresivamente comiencen a manipular mentalmente el material en ausencia física del mismo para lograr el paso hacia la abstracción.

El tangram se constituye en un material didáctico ideal para desarrollar habilidades mentales, conceptualizar sobre las fracciones y las operaciones entre ellas, mejorar la ubicación espacial, comprender y operar la notación algebraica, deducir relaciones, fórmulas para área y perímetro de figuras planas, y permite introducir un gran número de conceptos matemáticos que abarcan desde el nivel preescolar, hasta la básica y media e incluso la educación superior.

El tangram es un gran estímulo para la creatividad, la lógica, la imaginación, y su uso promueve el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales, ya que permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas. Además, proporciona estrategias para resolver problemas, motiva la reflexión y facilita el trabajo en equipo.

Las regletas de Cuisenaire se configuran como un recurso didáctico que promueve el aprendizaje de conceptos matemáticos básicos como la construcción del número natural y sus propiedades, la equivalencia de fracciones y operaciones, las relaciones de área y volumen. Asimismo, facilitan la manipulación de conceptos abstractos reduciéndolos a aspectos concretos del mismo, pues permiten ver, tocar, coger, comparar y reproducir acciones que no son posibles de hacer en el tablero.

Por su parte, las tortas de fraccionarios posibilitaron un trabajo muy dinámico, lúdico, vivencial, práctico, donde se logró conjeturar, reflexionar y concluir desde lo tangible, avanzando más allá de la operatividad. Este material fue fácilmente adaptable a la heterogeneidad del grupo y brindó una gran posibilidad a los estudiantes de aprender a través de la manipulación y la experimentación.

Referidos a un fin educativo, los juegos y las matemáticas tienen rasgos en común. La actividad mental que generan los juegos proporciona a los estudiantes las primeras herramientas en el desarrollo de técnicas intelectuales, crean la base para una posterior formalización del pensamiento matemático, potencian el razonamiento lógico e inducen a pensar con espíritu crítico. Los juegos desarrollados en este trabajo permitieron no sólo ejercitar los conceptos de medición, equivalencia y estructuras aditivas de los números fraccionarios sino que mejoraron la motivación, el interés y la actitud positiva por su aprendizaje.

En los diferentes ámbitos de la sociedad actual están inmersas las Tecnologías de la Información y la Comunicación y nuestro quehacer pedagógico no escapa a esta realidad. Estas tecnologías y los ambientes educativos virtuales no son el futuro, son nuestro presente y concientizarnos de ello hará que la educación esté a la altura de los nuevos retos, generando una relación más estrecha con los estudiantes.

Los materiales didácticos, los juegos y las herramientas tecnológicas se constituyen en elementos mediadores de aprendizaje solamente si se integran funcionalmente al currículo matemático y si se les da un sentido de acuerdo al propósito que se tiene. Es importante anotar que sus aplicaciones no resuelven todas las dificultades de la enseñanza. Además, si se quiere lograr buenos aprendizajes no se puede dejar de lado el acompañamiento a los estudiantes en todo momento, ya que el docente siempre será el orientador y guía de todo proceso educativo.

A muchos estudiantes la idea de equivalencia les resulta difícil, a menos que se les proporcione un contexto concreto como figuras, diagramas, material manipulativo o juegos. Desde esta perspectiva, y con el objeto de seguir dicha recomendación, las actividades planeadas aportaron elementos importantes para interiorizar la noción de fracciones equivalentes como herramienta necesaria para establecer las relaciones de orden de los números racionales, para convertir las fracciones en decimales y porcentajes, y para realizar operaciones con fracciones.

Para los estudiantes no es fácil entender que las fracciones son números y que llenan en parte los espacios que dejan los números enteros en la recta numérica. Además, es evidente que la dificultad de la comparación de dos fracciones puede variar grandemente dependiendo de los números que figuren en los numeradores y denominadores.

Son muchos los estudiantes a quienes se enseñan los procedimientos de suma de fracciones de modo enteramente mecánico, con muy poca base de comprensión, lo cual es considerada una estrategia que no resulta idónea. Uno de los errores más comunes es el de sumar los numeradores y los denominadores al efectuar la adición de fracciones. Como en muchas ocasiones es poca la comprensión conceptual que oriente y sirva de ayuda para resolver operaciones con fracciones, los estudiantes suelen utilizar pasos incoherentes con la estructura matemática, y por lo tanto, constantemente se equivocan. Precisamente, esta experiencia introductoria de estudio de los números fraccionarios utilizando material concreto proporciona a futuro la capacidad de manipular fracciones en forma simbólica y brinda herramientas conceptuales que guían adecuadamente su aprendizaje.

Una buena forma de continuar este proceso sería con la implementación de más material concreto y juegos didácticos creados por los mismos estudiantes de acuerdo a su contexto. También, mediante la utilización de otras herramientas tecnológicas en auge en nuestras instituciones educativas como los tableros digitales que permiten interactuar sobre la propia pantalla a modo de ratón, teclado, escritura manual, dibujos, imágenes, videos, sonidos, navegador, convirtiéndose en un escenario muy atractivo e interesante para fortalecer las clases interactivas, la participación y el aprendizaje colaborativo.

BIBLIOGRAFÍA

ÁLVAREZ, Carlos M. y GONZÁLEZ, Elvia M. *Lecciones de Didáctica General*. Edinalco. Medellín, Colombia: 1998.

AYALA, Mirtha E. y Otros. *La Pedagogía en la Formación de los Profesores de Ciencias Exactas y Naturales. Una Resistencia que Persiste*. Universidad Nacional del Nordeste. Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y del Ambiente. Buenos Aires, Argentina: Agosto de 2011.

DE GUZMÁN, Miguel. *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Revista Iberoamericana de Educación: 2007.

DICKSON, Linda y Otros. *El Aprendizaje de las Matemáticas*. Ministerio de Educación y Ciencia. Editorial Labor, S.A. Madrid, España: 1991.

KAMII, Constance. *Reinventando la Aritmética III. Implicaciones de la Teoría de Piaget*. Editores Visor. España: 1995.

LLINARES, S. *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Pearson Educación S.A. Madrid, España: 2003.

MEN (Ministerio de Educación Nacional). *Estándares Básicos de Competencias*. Editorial Magisterio. Bogotá, Colombia: 2006.

MEN (Ministerio de Educación Nacional). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Editorial Magisterio. Bogotá, Colombia: 1998.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE LA NACIÓN. *Juegos en Matemática EGB2.* El Juego como Recurso para Aprender. Material para Docentes. Buenos Aires, Argentina: 2004.

MONSALVE M. y ECHAVARRÍA C. *Notas Sobre la Metodología de Aula Taller*. Grupo Ábaco. Medellín, Colombia: 2003.

MOREIRA, Marco A. *Aprendizaje Significativo: La Visión Clásica*.

MOREIRA, Marco A. *Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas*.

OBANDO ZAPATA, Gilberto y Otros. *Módulo 1: Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos*. Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Antioquia. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Medellín, Colombia: 2006.

PASEL, Susana. *Aula Taller*. Editorial Aique. Buenos Aires, Argentina: 1999.

VASCO, C. *El Archipiélago Fraccionario.* Un Nuevo Enfoque para la Didáctica de las Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Vol. 2. Bogotá, Colombia.

VELÁSQUEZ, Sara M. *4^2 Aventuras Matemáticas. Para Docentes*. Alianza por la Educación con Calidad y Equidad. Editorial CTA. Medellín, Colombia: Mayo de 2013.

VERGNAUD, Gerard. *La Teoría de los Campos Conceptuales*. En Lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa. Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta. 1993. Traducido de: La theorie des Champs Conceptuales. Recherches en didactiques des mathematiques. Vol. 10: Nros. 2 y 3. 1990.

VIDAL, Salvador. *Estrategias para la Enseñanza de las Matemáticas en Secundaria*. Laertes S.A de Ediciones. Barcelona, España: 2005.

ANEXOS

ANEXO A

Taller 1: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando El Tangram
I.E.R. ROSALÍA HOYOS - Grado Sexto

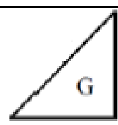
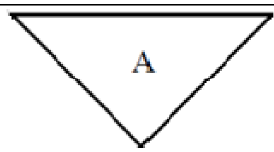
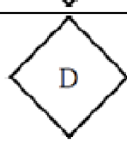
OBJETIVOS

- Reconocer la fracción como parte-todo haciendo énfasis en las relaciones de magnitud.
- Comprender los conceptos de equivalencia, amplificación y simplificación de fracciones.
- Explorar las operaciones suma, resta, multiplicación y división de fracciones.

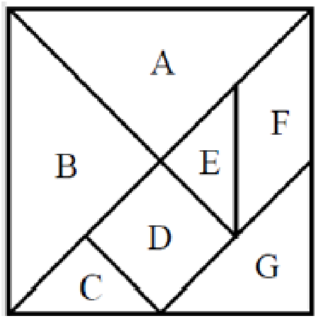
MATERIALES

Tangram en Madera.

ACTIVIDAD N°1. Fraccionando El Tangram

FIGURA	N° de veces que cabe en el cuadrado del Tangram	ÁREA (u^2)	N° de veces que cabe el triángulo más pequeño en cada pieza **(Escribir el área de cada figura en términos del triángulo C)**
 C			1 vez $\left(\frac{1}{16}\right)$
 G			2 veces $\left(\frac{2}{16}\right)$
 A		La cuarta parte (1/4)	
 D			2 veces $\left(\frac{2}{16}\right)$
 F			

ACTIVIDAD N°2. Equivalencias



1. El Área del triángulo G, ¿Cuánto es del área del triángulo A? ____________
2. El área del triángulo A, ¿Cuántas veces contiene al área del triángulo G? ___________
3. El área del triángulo C, ¿Cuánto es del área del triángulo G? ____________
4. ¿Cuántas veces está contenida el área del triángulo C en el área del triángulo G? ______________

- ¿Es posible afirmar que ***Área triángulo G = 2 Área del triángulo C***? ____

  ¿Cómo lo escribirías? $\_ = (\quad)\ \_$

- Encuentra equivalencias para las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{4} = \_\_ = \_\_ \qquad\qquad \frac{1}{8} = \_\_$$

Utiliza las piezas del Tangram para responder:

- Si te digo que ***amplificar*** $\frac{1}{8}$ es obtener $\frac{2}{16}$ ¿Qué se amplificó? _______________________

- Si te digo que ***simplificar*** $\frac{2}{16}$ es obtener $\frac{1}{8}$ ¿Qué se simplificó?______________________

- Completa las siguientes expresiones empleando el signo que corresponda: $=, >$ ó $<$

$\frac{1}{16}$ __ $\frac{1}{8}$ $\qquad$ $\frac{1}{8}$ __ $\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{1}{2}$ __ $\frac{2}{4}$

$\frac{1}{4}$ __ $\frac{3}{16}$ $\qquad$ $\frac{2}{16}$ __ $\frac{1}{8}$ $\qquad$ $\frac{3}{2}$ __ $\frac{5}{4}$

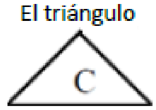
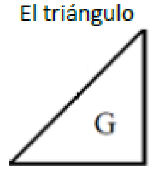
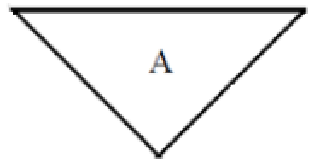
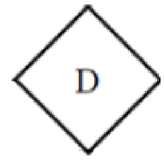
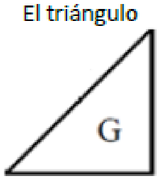
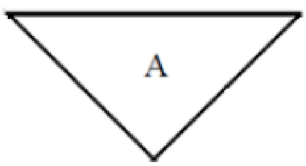
ACTIVIDAD N°3. Sumando y Restando Fracciones

Sumas	**Restas**
$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \_\_$	$\frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \_\_$
$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \_\_$	$\frac{3}{16} - \frac{1}{16} = \_\_$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \_\_$	$\frac{2}{4} - \frac{3}{16} = \_\_$

ACTIVIDAD N°4. Multiplicando y Dividiendo Fracciones

Multiplicaciones	Divisiones
• ¿Cuánto es dos veces 1/16? ________	• ¿Cuántas veces está 1/16 en 1/8? _____
• ¿Cuánto es la cuarta parte de ¼? _________	• ¿Cuántas veces está 1/8 en ¼? ______
• ¿Cuánto es la mitad de 1/8? ________	• ¿Cuántas veces está 2/16 en 1/4?______

Para reflexionar

	El triángulo 	El triángulo 	El triángulo 	El cuadrado 
El triángulo  **Que parte es del:**				
El triángulo  **Que parte es del:**				
El triángulo  **Que parte es del:**				
El cuadrado  Que parte es del:				

Duración: 2 horas.

Referencias: Adaptación de VELÁSQUEZ, Sara M. "4^2 Aventuras Matemáticas. Para Docentes". Proyecto Alianza por la Educación con Calidad y Equidad. Editorial CTA. Medellín, Colombia: 2011.

ANEXO B

Taller 2: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Las Regletas De Cuisenaire
I.E.R. ROSALÍA HOYOS - Grado Sexto

OBJETIVO

Afianzar el concepto de fracción como medida y relación parte-todo, la equivalencia de fracciones y sus operaciones básicas.

MATERIALES

Regletas de Cuisenaire.

ACTIVIDAD N°1. Reconociendo Las Regletas

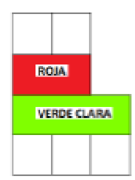
Observa cada una de las regletas y responde:

1. ¿Qué forma tienen? ___________________________
2. Si la regleta color madera (o blanca) se toma como unidad de medida: **$1u^3$** ¿Cuál es el volumen de cada una de las regletas? (llena la siguiente tabla)

Color de la regleta	Volumen (u^3)	Color de la regleta	Volumen (u^3)
Madera	$1\ u^3$	Verde oscura	
Roja		Negra	
Verde clara		Café	
Rosada		Azul	
Amarilla		Naranja	

ACTIVIDAD N°2. Midiendo con Regletas

1. De acuerdo al siguiente gráfico determina las relaciones que hay entre las regletas roja y verde clara:



- El volumen de la regleta blanca, ¿Cuánto es del volumen de la regleta roja? _____
- El volumen de la regleta roja ¿Cuántas veces contiene al volumen de la regleta blanca? _____
- El volumen de la regleta blanca, ¿Cuánto es del volumen de la regleta verde clara? _____
- El volumen de la regleta verde clara ¿Cuántas veces contiene al volumen de la regleta blanca? _____
- El volumen de la regleta roja ¿Cuánto es del volumen de la regleta verde clara? _**2/3**__
- El volumen de la regleta verde clara ¿Cuántas veces contiene al volumen de la regleta roja? **3/2 ó una vez más 1/2**

2. Completa la siguiente tabla:

	La regleta Roja	La regleta Rosada	La regleta Café	La regleta Azul
El volumen de la regleta **Roja**, ¿Cuánto es del volumen de _____?				
El volumen de la regleta **Rosada**, ¿Cuánto es del volumen de _____?				
El volumen de la regleta **Azul**, ¿Cuánto es del volumen de _____?				

ACTIVIDAD N°3. Fracciones con Regletas

1. Toma como unidad de medida la regleta naranja (**$1u^3$**) y determina qué parte de su volumen representa cada una de las demás, así:

Color de la regleta	Volumen respecto a la naranja (u^3)	Color de la regleta	Volumen respecto a la naranja (u^3)
Madera	$\frac{1}{10}u^3$	Verde oscura	
Roja	$\frac{1}{5}u^3$	Negra	
Verde clara		Café	
Rosada		Azul	
Amarilla		Naranja	

2. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta naranja? ________
3. ¿Es posible afirmar que dos veces el volumen de la blanca es igual al volumen de la roja? En otras palabras, ¿que $(2)\frac{1}{10}=\frac{1}{5}$? ________
4. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta rosada? _______ Escribe la expresión matemática que relaciona los volúmenes: ( )— = —
5. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta verde oscura? _______ Escribe la expresión matemática que relaciona los volúmenes: ( )— = —
6. ¿Cuántas veces está contenida la regleta roja en la regleta café? _______ Escribe la expresión matemática que relaciona los volúmenes: ( )— = —

7. Expresa como suma de fracciones la unión de las regletas:

- Verde clara + Roja= Amarilla: $\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{5}{10}$
- Roja+Roja= _________ : — + — = —
- Verde+Blanca= ________ : — + — = —
- Café+Roja= __________ : — + — = —

8. Realiza las siguientes restas:

- Negra - Amarilla= ________: — — — = —
- $\frac{4}{5}-\frac{2}{10}=$ — : Café - _____= ________
- $\frac{9}{10}-\frac{3}{5}=$ — : ______ - ________= ________

9. Multiplicando y dividiendo fracciones

Multiplicaciones	Divisiones
• ¿Cuánto es dos veces $\frac{1}{5}$? _______ • ¿Cuánto es las dos quintas partes de ½? _____ • ¿Cuánto es la mitad de $\frac{4}{5}$? ________ • ¿Cuánto es los dos tercios de 6/10? _______	• ¿Cuántas veces está 2/5 en 8/10? _____ • ¿Cuántas veces está 3/10 en 9/10? ______ • ¿Cuántas veces está 2/10 en 3/5? ______

Duración: 2 horas.

Referencias: Adaptación de VELÁSQUEZ, Sara M. “4^2 Aventuras Matemáticas. Para Docentes”. Proyecto Alianza por la Educación con Calidad y Equidad. Editorial CTA. Medellín, Colombia: 2011.

ANEXO C

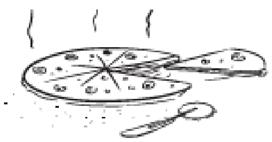
Taller 3: Aprendiendo Números Fraccionarios Utilizando Tortas Fraccionarias
I.E.R. ROSALÍA HOYOS - Grado Sexto

OBJETIVOS

- Fortalecer el concepto de equivalencia de números fraccionarios.
- Poner en práctica estrategias de comparación y suma de fracciones.
- Comprender la suma de fracciones como sumas de las partes de un todo.

MATERIALES

- Tortas fraccionarias en papel grueso (45 piezas: 1 unidad, 2 medios, 3 tercios, 4 cuartos, 6 sextos, 8 octavos, 9 novenos y 12 doceavos).
- Dado de caras marcadas con las siguientes fracciones: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}$



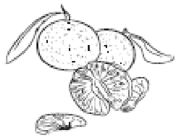
Actividad Nº1.
Reconociendo las tortas de fraccionarios

- El material con el que vas a trabajar está compuesto por una torta completa y pedacitos de otras. Debes tener claro que la **torta completa representa la unidad (1)**

- Separa las piezas que tienen el mismo valor o tamaño y júntalas ¿Qué obtienes? ___________
Ahora toma un pedazo de cada una de las tortas anteriores $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9} \text{ y } \frac{1}{12}\right)$ y compara sus tamaños ¿Cómo son?, ¿Cuál pedazo es más grande? Escribe las fracciones de menor a mayor empleando el símbolo < .
- Encuentra equivalencias para las siguientes fracciones, pero sólo las que son posibles con el uso del material:

Fracción	Equivalencias
$\frac{1}{2}$	$=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$
$\frac{1}{3}$	$=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$

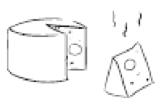
Fracción	Equivalencias
$\frac{1}{4}$	$=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$
$\frac{1}{6}$	$=\frac{\square}{\square}$



Actividad Nº2.
Calentamiento mental

- Para este ejercicio necesitas 12 piezas, sepáralas de las demás antes de iniciar: dos piezas de **1/4**, cuatro piezas de **1/12**, cuatro piezas de **1/8** y dos piezas de **1/6**.
- De las 12 seleccionadas separa las siguientes: dos piezas de **1/4** y una de **1/8**. Únelas intentando completar la torta, ¿te hacen falta piezas? ________
- Completa la torta con algunas de las 9 fracciones que te quedaron sobre la mesa, ¿Cuántas posibilidades encontraste? _____ ¿Con cuáles fracciones? ___________
- Completa el espacio gris de la siguiente suma con alguna de las posibilidades encontradas:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\boxed{}= \textbf{1 Unidad}$$



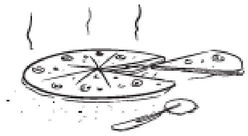
Actividad Nº3.
Juego "Completa la torta"

Objetivo: Cada jugador debe formar un círculo (Completar la torta) eligiendo las fracciones correctas para hacerlo.

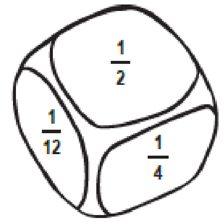
Reglas: Condiciones generales:
- **26 piezas:** $\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{8}{8}$ y $\frac{12}{12}$
- Mezclar todas las piezas y meterlas en una bolsa oscura.
- Cada jugador saca 3 piezas de manera aleatoria.
- El último jugador saca 3 piezas más y las ubica sobre la mesa.

Inicia el juego:
- Por turnos, cada jugador debe formar una torta empleando una pieza propia y una o más de las que están sobre la mesa. Si lo logra, toma todas las piezas con las que formó la torta y se queda con ellas (estas piezas salen del juego). De lo contrario, coloca una pieza adicional sobre la mesa (quedando con una en su poder). En ambos casos cede el turno al siguiente jugador.
- Cuando a un jugador se le acaban las piezas, saca otras 3 de la bolsa.
- Las piezas que están sobre la mesa deben reponerse de tal forma que siempre se tengan 3 como mínimo.
- Repetir el proceso hasta que se acaben las piezas.

¡Gana el jugador que logre reunir la mayor cantidad de tortas!



Actividad Nº4.
Variación del juego empleando un dado



- El objetivo sigue siendo el mismo: completar la mayor cantidad de tortas.

  35 piezas: $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{6}{6}, \frac{8}{8}$ y $\frac{12}{12}$. Todas las piezas se colocan sobre la mesa.

- Marcar cada una de las caras de un dado (o cubo) con las siguientes fracciones: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ y $\frac{1}{12}$

- El jugador N°1 lanza el dado y retira la pieza que éste le indica. Puede hacerlo retirando dicha fracción o una equivalente, por ejemplo, si el dado marca ½ retira la pieza $\frac{1}{2}$ o dos piezas de $\frac{1}{4}$ o tres piezas de $\frac{1}{6}$ y así sucesivamente. También tiene la posibilidad de retirar piezas cuya suma equivalga a la fracción del dado.

> Por ejemplo, si un jugador tiene las piezas ½ y ¼, requiere de ¼ para completar la torta. Al lanzar el dado cae $\frac{1}{3}$ el jugador puede remplazar esta fracción por las piezas $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{12}$ porque $\frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$; completa la torta con $\frac{1}{4}$ y se queda con $\frac{1}{12}$.

- Cuando no hay piezas sobre la mesa para hacer el cambio, el jugador devuelve la pieza y espera el próximo turno.

- Todos los integrantes del grupo deben estar de acuerdo con la cantidad de fichas retiradas por el jugador que acaba de lanzar.

Duración: 2 horas.

Referencias: Adaptación de VELÁSQUEZ, Sara M. “4^2 Aventuras Matemáticas. Para Docentes”. Proyecto Alianza por la Educación con Calidad y Equidad. Editorial CTA. Medellín, Colombia: Mayo de 2013.

ANEXO D

Taller 4: Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Carrera De Fracciones
I.E.R. ROSALÍA HOYOS - Grado Sexto

OBJETIVO

Ejercitar tus conocimientos sobre equivalencia, descomposición, suma y resta de números fraccionarios a partir del juego.

MATERIALES

- Tablero con seis pistas numéricas y seis fichas para cada equipo.
- Dos dados: uno normal y otro modificado con las fracciones en juego $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\ y\ \frac{1}{12}$

JUEGO "CARRERA DE FRACCIONES"

Número de jugadores: 4, organizados en dos equipos A y B.

Objetivo del juego:
Cada pareja de jugadores debe llevar sus 6 fichas a la posición de meta. ¡Gana la pareja que lo haga primero!

Reglas del juego
- El equipo A ubica sus seis fichas en el punto de partida (recuadro gris) de cada pista. De igual forma lo hace el equipo B.
- Lanzan los dados por turnos sucesivos. En cada tiro sacan un número natural y una fracción. Deben avanzar el valor correspondiente a tantas veces la fracción como indica el número natural. Por ejemplo, para $\frac{1}{8}$ y 6, avanza en total 6 veces $\frac{1}{8}$. Este movimiento puede hacerlo con una o varias fichas partiendo desde el cero, por ejemplo: avanzar con la ficha que está en la pista de los medios hasta $\frac{1}{2}$ y con la que está en la pista de los cuartos $\frac{1}{4}$, porque $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$. El equipo contrario debe supervisar todos los movimientos y estar de acuerdo. Si los movimientos no coinciden con el valor marcado por los dados, debe regresar las fichas a la posición original.
- Si el valor obtenido es una fracción más grande de la que se necesita para alcanzar la meta de 2 unidades con una de las fichas, puede hacer la resta para llevarla a la meta y mover lo que le queda con otra ficha. Por ejemplo: en la pista de los cuartos le hace falta $\frac{1}{4}$ para la meta y la cantidad marcada es $\frac{2}{4}$ puede alcanzar la meta y mover el cuarto restante dos posiciones con la ficha que está en la pista de los octavos.

Duración: 2 horas.

Referencias: Adaptación de VELÁSQUEZ, Sara M. "4^2 Aventuras Matemáticas. Para Docentes". Proyecto Alianza por la Educación con Calidad y Equidad. Editorial CTA. Medellín, Colombia: Mayo de 2013.

ANEXO E

Taller 5: Aprendiendo Números Fraccionarios Jugando Dominó
I.E.R. ROSALÍA HOYOS - Grado Sexto

OBJETIVOS

- Reconocer las diferentes formas de representar un número racional: fracción, decimal, porcentaje y gráfico.
- Identificar fracciones equivalentes.

MATERIALES

- Tablero con seis pistas numéricas y seis fichas para cada equipo.
- Dos dados: uno normal y otro modificado con las fracciones en juego $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\ y\ \frac{1}{12}$

JUEGO DEL DOMINÓ

Se compone de 36 fichas rectangulares. Cada ficha está dividida en 2 espacios iguales en los que aparecen dos números racionales representados en dos de 4 formas distintas: fracción, porcentaje, decimal o gráfico. Las 36 fichas cubren todas las combinaciones posibles de 8 números racionales diferentes:

$$\left(0, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, 1\right)$$

Participan máximo 6 niños por juego, cada uno con 6 fichas.

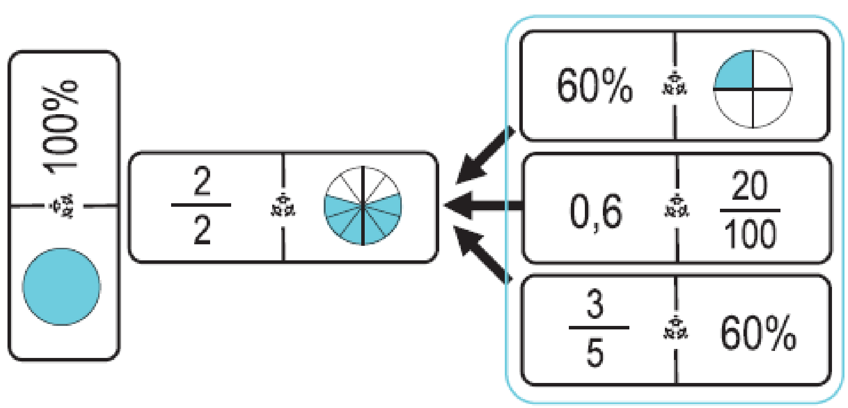
Reglas

- Las 36 fichas se ubican boca abajo sobre el piso o una mesa (ningún jugador debe ver los números) y se revuelven. Cada jugador elige al azar 6 fichas y se asegura que nadie las vea (si el número de jugadores es diferente de 6, las 36 fichas se reparten de manera equitativa y las restantes quedan para el arrastre).

- El jugador que tenga la ficha con doble representación del número racional 1 es el primero en jugar. Ubica la ficha sobre la mesa de tal forma que se todos la vean. El siguiente jugador es quien se encuentre a la derecha del primero.

- Cuando un jugador está en su turno, coloca una ficha siempre y cuando uno de los dos números que ésta contiene, coincida con alguno de los números ubicados en los extremos del juego. Hay que recordar que un mismo número tiene 4 representaciones distintas: fracción, decimal, porcentaje o gráfica; por ejemplo, en la imagen de la derecha se indica que cualquiera de las tres fichas del rectángulo rojo puede ubicarse al lado del círculo ya que en todas hay representación del mismo número racional.

- Las fichas "dobles" como (3/5,60%), (1, 100%) deben ubicarse de forma vertical.



- Cuando un jugador no tiene fichas para poner en alguno de los dos extremos, arrastra una, de lo contrario, cede el turno.

- El juego continúa hasta que se presente una de las siguientes situaciones:
  1. Uno de los jugadores se queda sin fichas para colocar sobre la mesa, cuando coloca la última dice ¡Dominó! y se convierte en el ganador de la ronda.
  2. El juego se "cierra" cuando a pesar de que todos los jugadores tienen fichas, ninguno puede ponerlas sobre la mesa. Esto pasa cuando queda el mismo número ubicado en los extremos y las 8 fichas que lo contienen ya fueron jugadas; gana la ronda el jugador que al sumar las fichas con las que quedó, obtenga la menor cantidad.

Las rondas siguientes inician con el ganador de la ronda anterior.
Dicho jugador elige cualquiera de sus fichas para comenzar.

Gana el jugador que alcance una puntuación igual o superior a 8 unidades jugando las rondas que sean necesarias. El jugador que gana una ronda suma los números racionales (puntos) de las fichas de los oponentes que no han sido jugadas y las registra. Gana el primero que alcance la meta fijada.

Duración: 2 horas.

Referencias: Adaptación de VELÁSQUEZ, Sara M. "4^2 Aventuras Matemáticas. Para Docentes". Proyecto Alianza por la Educación con Calidad y Equidad. Editorial CTA. Medellín, Colombia: Mayo de 2013.